

小水电站流域径流量的评估方法

曾思明¹ 吴杰康² 陈永进¹ 赵俊浩² 翁兴航¹

(1. 广东电网有限责任公司韶关供电局, 广东 韶关 512000;

2. 广东工业大学自动化学院, 广东 广州 510006)

摘要: 现今对于河流径流量的预测方法有许多模型,但各种模型都有其优劣,而且预测的精度都有差异。以韶关的南水河作为研究对象,利用南水1978—2015年径流量的数据,分别使用灰色系统理论、基于遗传算法的BP神经网络以及支持向量机3种方法对南水河年径流量预测的模型。结果表明:GA-BP神经网络的预测精度为84.30%,但其拟合精度不高;灰色系统预测以及拟合的精度分别为86.70%和84.24%;用支持向量机对南水河年径流量的预测,无论在拟合精度为95.67%还是预测精度为99%上,比灰色预测和GA-BP神经网络都要高。因此,支持向量机可以很好地应用在南水河年径流量的预测研究中。

关键词: 小水电站; 径流量; 支持向量机

中图分类号: TM622 文献标志码: A 文章编号: 1003-6954(2019)02-0056-06

DOI:10.16527/j.cnki.cn51-1315/tm.2019.02.012

Evaluation Method for Watershed Runoff of Small Hydropower Stations

Zeng Siming¹, Wu Jiekang², Chen Yongjin¹, Zhao Junhao², Weng Xinghang¹

(1. Shaoguan Electric Power Supply Bureau of Guangdong Power

Grid Corporation, Shaoguan 512000, Guangdong, China;

2. School of Automation, Guangdong University of Technology, Guangzhou 510006, Guangdong, China)

Abstract: Nowadays, there are many models for river runoff prediction, but each model has its advantages and disadvantages, and there is difference in prediction accuracy. Taking Nanshui river in Shaoguan as the research object and using the runoff data of Nanshui river from 1978 to 2015, the grey system theory, BP neural network based on genetic algorithm (GA-BP) and support vector machine (SVM) are used to predict the annual runoff of Nanshui river respectively. The results show that the prediction accuracy of BP neural network based on genetic algorithm is 84.30%, but its fitting accuracy is not high; the prediction accuracy and the fitting accuracy of grey system are 86.70% and 84.24% respectively; whether the fitting accuracy is 95.67% or the prediction accuracy is 99%, the prediction of annual runoff of Nanshui river by SVM is better than that by grey prediction and GA-BP neural network. Therefore, SVM can be well applied to the prediction of annual runoff in Nanshui River.

Key words: small hydropower stations; watershed runoff; support vector machine

0 引言

韶关市地理位置是在广东省的中北部,由于地处温带而且受湿润的季风气候影响^[1],所以全年降水量充足,而且河流数目非常多,水量以及水力资源都十分丰富,非常有利于小水电的开发与建造。

基金项目: 国家自然科学基金项目(50767001); 广东省公益研究与能力建设专项资金项目(2014A010106026); 广东电网有限责任公司科技项目(030200QQ00180001)

其中,南水河作为韶关主要河流之一,其集水面积是1489 km²,多年的平均年径流量是 1.34×10^9 m³,由于南水河地貌的特点为峡谷非常多、河流落差较大,所以流域内已经建造了中大型的水库^[2]。因此,如果能对南水河的径流量进行研究以及准确的预测,对于合理利用南水河的水资源有着重要的意义,也为开发小水电提供重要的科学依据。

近年来,许多学者已经使用了多种预测方法对径流量进行了预测与研究^[3-6]。例如针对流溪河水

库,文献[7]使用BP神经网络方法预测该水库的径流量。文献[8]以石泉水库为例,研究了BP神经网络以及马尔科夫预测的优劣,提出了BP神经网络马尔科夫模型来预测河流径流量。文献[9]采用灰色系统理论中的GM(1,1)模型,研究了黄河年径流量的变化特点,拟合并预测了唐乃亥河花园口的年径流量。在此基础上,文献[10]结合了R/S分析,采用R/S灰色预测的方法对黑河出山年径流量进行预测。文献[11]使用了支持向量机预测模型,以黄河上游兰州站为例,预测该水文站的年径流量。文献[12]则在支持向量机的基础上作出了改进,将改进后的模型应用在开都河年径流量的预测上。综合上述学者的研究,现在用于径流量的预测基本是利用多年的径流量数据作为模型的输入输出,利用各种算法找到输入输出之间的数学关系,以此来拟合并预测河流的径流量。

由于不同预测模型都有自己不一样的特点,如何在某一地点选择恰当的预测模型成为评估该地区水资源的一个难点。下面首先分析了灰色系统预测、基于遗传算法神经网络以及支持向量机3种预测方法对韶关市南水河径流量预测结果;然后对比3种方法的预测值与实际值的误差;最后评价各模型的性能,为研究南水河区域水资源以及评估该区域水资源丰富度提供科学的决策依据,对于在该区域研究以及建立微电网有着重要的意义。

1 径流量预测方法

由于韶关市南水河的径流量数据较少,而且该河流径流量的随机性以及波动性较大,为了更好研究韶关水资源的变化趋势,在预测方法中,采用了灰色系统理论中的GM(1,1)模型、基于遗传算法的BP神经网络以及支持向量机3种方法对南水河的年径流量进行拟合以及预测。

1.1 灰色预测

在传统的系统行为分析中,大多数的数据分析法都是要通过分析大量的历史数据,从中得到数据相关的数学规律。但是对于径流量这一物理量来说,其变化一般是随机波动的且历史数据量难以获取。而在灰色系统中,其预测方法是可以从少量的数据寻找系统的变化规律,并且灰色预测方法计算较为简单,所以首先使用灰色系统理论中的GM(1,1)模

型^[13-15],并在此模型基础上作出改进用于径流量的预测。

1.1.1 GM(1,1)模型

首先把原始的数据生成一个序列 $X^{(0)}(n)$,为了弱化原始数据的随机性,该模型采用数据累加的方式对原始的数据进行弱化处理,处理后生成的新序列为 $X^{(1)} = \{X^{(1)}(1), X^{(1)}(2), \dots, X^{(1)}(n)\}$,其中 $X^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^k X^{(0)}(i)$, $k=1, 2, \dots, n$ 。

GM(1,1)模型所对应的白化形式微分方程为

$$\frac{dX^{(1)}}{dt} + \alpha X^{(1)} = \mu \tag{1}$$

记 $\hat{\alpha} = (\alpha \ \mu)^T$,其中

$$\hat{\alpha} = (B^T B)^{-1} B^T Y_n \tag{2}$$

$$B = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}(X_{(1)}^{(1)} + X_{(2)}^{(1)}) & 1 \\ -\frac{1}{2}(X_{(2)}^{(1)} + X_{(3)}^{(1)}) & 1 \\ \dots & \dots \\ -\frac{1}{2}(X_{(n-1)}^{(1)} + X_{(n)}^{(1)}) & 1 \end{bmatrix} \tag{3}$$

$$Y_n = \begin{bmatrix} X_{(2)}^{(0)} \\ X_{(3)}^{(0)} \\ \dots \\ X_{(n)}^{(0)} \end{bmatrix} \tag{4}$$

求解模型的微分方程,可以得到径流量的预测模型方程为

$$\hat{X}^{(1)}(k+1) = (X_{(1)}^{(0)} - \frac{\mu}{\alpha}) e^{-\alpha k} + \frac{\mu}{\alpha} \tag{5}$$

$k=0, 1, 2, \dots, n$

1.1.2 改进GM(1,1)模型

由于GM(1,1)模型只能应用于一阶线性微分方程,但是南水河的年径流量的变化是不符合这一条件的,直接使用GM(1,1)模型对南水河的年径流量进行预测是很难得到一个理想结果的,需对GM(1,1)模型进行改进。具体步骤如下:

1) 在坐标轴上绘出南水河年径流量的逐年变化曲线图;

2) 选取一系列阈值 L ,其中最大径流量记为 $X_{\max}^{(0)}$,最小径流量记为 $X_{\min}^{(0)}$,则

$$X_{\min}^{(0)} \leq L_i \leq X_{\max}^{(0)} \quad i=1, 2, \dots, m \tag{6}$$

3) 作阈值 L 与曲线的交点图,可以得到递增的时间序列;

4) 将 GM(1, 1) 模型用在该时间序列中, 得到该阈值的预测模型;

5) 作出其他阈值的 GM(1, 1) 预测模型;

6) 根据上述得到的一系列预测模型, 作出径流量的预测图。

1.2 基于遗传算法的 BP 神经网络

由于 BP 神经网络在全局中的搜索能力差, 比较容易陷入局部极值且算法的收敛速度较慢, 当 BP 神经网络的权值和阈值选择不恰当的时候, 网络输出的结果不理想, 模拟精度较低, 误差较大。所以针对径流量的预测, 利用遗传算法在全局搜索能力强且速度较快的优点, 将 BP 神经网络的权值和阈值放进遗传算法中进行优化, 以 BP 神经网络输出的径流量预测值与实际值的误差作为遗传算法的适应度函数, 得出最优的权值阈值。最后使用 BP 神经网络在这一组权值和阈值中进行仿真, 得到最后的径流量预测输出值^[16-20]。该优化模型的具体步骤如图 1 所示。

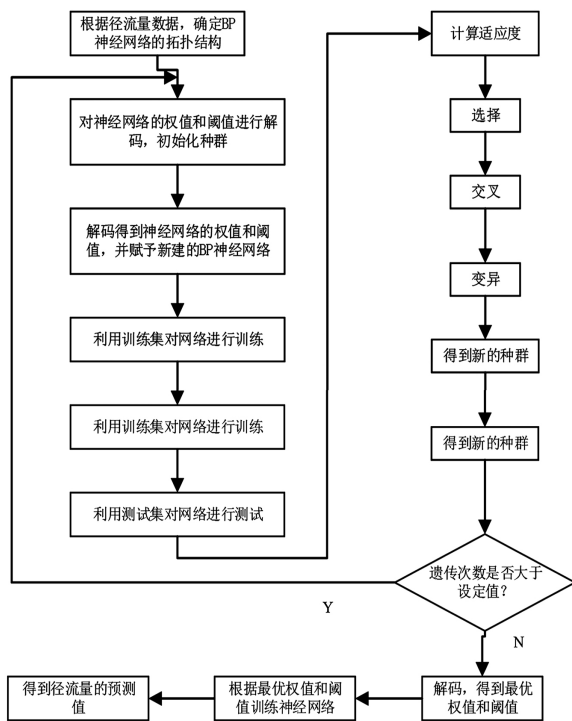


图 1 基于遗传算法的 BP 神经网络流程

1.3 支持向量机

在统计学习的理论当中, 认为当经验风险函数最小的时候, 模型对于训练集的学习是最好的。但是这存在着约束条件, 训练样本的数目需要足够大, 这样经验风险最小化的模型才能够更好地进行学习。当训练样本较少的时候, 根据这一经验风险最

小化的理论来对模型进行训练则会出现过拟合。1995 年, Corinna Cortes 和 Vapnik 两位学者首次提出了支持向量机这一概念, 这是基于上述统计学习理论所提出的一种新的算法。他们认为当某一数据集遵循某一规律分布的时候, 如果要使得模型的输出值能更好地模拟实际值, 就要使得结构风险最小化, 而不是经验风险最小化。而支持向量机 (support vector machine, SVM) 则能很好地实现这一结构风险最小化的理论, 在小样本的条件下, 支持向量机可以在统计学习中的分类和回归的研究中起到非常理想的效果^[21-25]。

支持向量机回归 (support vector regression, SVR) 是使用核函数将样本数据从地位空间映射到高维空间, 然后在这个高维空间求解问题的回归方程。SVR 对于径流量的预测回归步骤如下:

1) 利用多年的径流量数据, 径流量的回归预测函数在高维空间的形式为

$$f(x) = \omega x + b \quad (7)$$

式中: ω 是权值向量; b 为偏置量。

2) 若样本数据点在超平面与支持向量之间, 则认为该数据点没有损失, 定义如下:

$$e = \begin{cases} 0, & |y - f(x)| \leq \varepsilon \\ |y - f(x)| - \varepsilon, & |y - f(x)| > \varepsilon \end{cases} \quad (8)$$

式中: y 为实际的径流量; ε 为反应允许偏差的参数。

3) 引入松弛系数, 则径流量回归问题可以表示为

$$\min \frac{1}{2} \|w\|^2 + C \sum_{i=1}^n (\zeta_i + \zeta_i^*) \quad (9)$$

$$\text{s. t. } \begin{cases} f(x_i) - y_i \leq \varepsilon + \zeta_i^* \\ y_i - f(x_i) \leq \varepsilon + \zeta_i \\ \zeta_i, \zeta_i^* \geq 0 \quad i = 1, \dots, n \end{cases} \quad (10)$$

式中: C 为惩罚系数; ζ_i, ζ_i^* 是松弛系数。

4) 根据拉格朗日乘子, 将径流量回归问题变成对偶形式:

$$\max \sum_{i=1}^n y_i (\alpha_i - \alpha_i^*) - \varepsilon \sum_{i=1}^n (\alpha_i + \alpha_i^*) - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (\alpha_i - \alpha_i^*) (\alpha_j - \alpha_j^*) x_i^T x_j \quad (11)$$

$$\text{s. t. } \begin{cases} \sum_{i=1}^n (\alpha_i - \alpha_i^*) = 0 \\ \alpha_i, \alpha_i^* \in [0, C] \end{cases} \quad (12)$$

式中 $k = x_i^T x_j$ 为核函数。

5) 最后求解可得径流量回归预测函数为

表 1 南水河年径流量预测模型

阈值 / (10 ⁸ m ³)	预测模型	阈值 / (10 ⁸ m ³)	预测模型
6.5	16.131 2e ^{0.289 5k} - 14.349 9	7.0	43.051 5e ^{0.168k} - 41.493 5
7.5	55.308 2e ^{0.146 6k} - 53.973 4	8.0	64.683 7e ^{0.1554k} - 63.72
8.5	67.621 1e ^{0.137 5k} - 64.698 9	9.0	101.998 9e ^{0.129 7k} - 97.636 1
9.5	101.924 4e ^{0.129 8k} - 97.316 6	10.0	104.501 6e ^{0.127 8k} - 99.648 7
10.13	112.682 8e ^{0.115k} - 107.766 1	10.5	203.244 3e ^{0.084 9k} - 186.720 8
11	201.023 8e ^{0.085 6k} - 184.164 7	11.11	159.293 1e ^{0.103k} - 142.360 2
11.5	127.434 8e ^{0.141 5k} - 107.289 9	11.8	366.226 6e ^{0.057 8k} - 345.996 5

$$f(x) = \sum_{i=1}^m (\hat{\alpha}_i - \alpha_i) x_i^T x + b \quad (13)$$

2 实验分析

为了对比上述 3 种方法对于径流量预测的结果,以韶关市的南水河为研究对象,利用 Matlab 软件^[26-28]分别使用灰色预测、基于遗传算法的 BP 神经网络以及支持向量机对南水河 1978—2015 的年径流量进行仿真研究。

2.1 灰色预测结果

由于根据南水河 1978—2010 年径流量的数据,该流域在这 33 年最大流量为 1.451 × 10⁹ m³,最小流量为 5.35 × 10⁸ m³,所以使用灰色预测时,在设定阈值时,从最小值开始每次往上增加 0.5 × 10⁸ m³,直到最大值,且当某些年份没有相对应的阈值,则设定该年份实际值也作为一个阈值,要求每个阈值对应的样本数不少于 4 个,因此对于南水河一共建立了 14 个模型,结果如表 1 所示。

图 2 是灰色预测对南水河径流量的拟合值与实际径流量的对比,可以看出拟合出来的曲线大部分年份的拟合值与实际值相差不大,灰色系统对于南水河年径流量的拟合精度为 84.24%,而且拟合曲线与实际曲线的变化趋势基本一致,可见灰色系统可以较好拟合出南水河年径流量。表 2 为利用灰色系统的预测模型对 2011—2015 年南水河年径流量进行预测。根据水文预报的标准(误差低于 20%)来看,可见预测的合格率为 80%,而且最高年份的误差为 22.80%,最低误差为 2.71%,因此灰色预测模型对于南水河年径流量的预测结果较为理想。

2.2 基于遗传算法的 BP 神经网络预测结果

对于南水河的年径流量预测,使用基于遗传算法的 BP 神经网络是在 Matlab 软件下进行实验编程

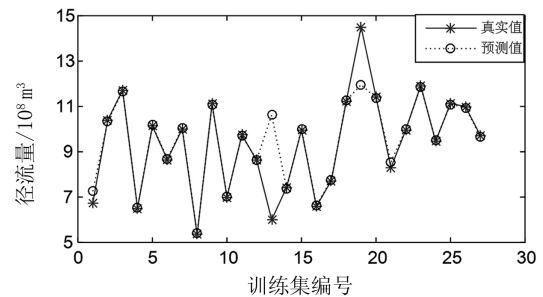


图 2 灰色预测径流量拟合值与实际值的比较

表 2 灰色系统径流量预测结果

年份	预测值 / (10 ⁸ m ³)	实际值 / (10 ⁸ m ³)	误差 / (10 ⁸ m ³)	相对误差 / %
2011	10.18	8.29	-1.89	22.80
2012	10.50	11.14	0.64	5.75
2013	11.11	11.42	0.31	2.71
2014	11.80	9.96	1.84	18.47
2015	8.00	9.46	1.46	15.43

仿真的,具体参数设置如下:遗传算法中适应度函数选为模型输出值与实际径流量的误差;个体数目为 50;选择方法采用随机遍历采样方法;最大遗传代数设为 100 代;代沟为 0.95;使用单点交叉算子以及离散变异算子,交叉概率以及变异概率的参数分别为 0.7 和 0.001。在 BP 神经网络中使用 3 层网络,使用 traingdm 作为网络的训练函数,隐含层的激活函数选择 S 型的正切函数,输出层则选择纯线性函数作为激活函数,迭代次数为 1000,径流量预测误差取值为 0.001,学习速率则设为 0.001。

经过 Matlab 对于 GA-BP 神经网络对南水河年径流量的仿真,如表 3 所示,可以知道 GA-BP 神经网络对于南水河往年径流量的拟合误差过大,有部分年份误差甚至超过 100%,所以此模型不适用于南水河径流量的拟合。但是从表 3 可以看出,GA-BP 神经网络对于未来年份径流量的预测中,除了

2012年的相对误差为38.45%，其他年份以水文预报误差标准来看，都是满足水文预报的标准的，该模型对于这4年的预测都是合格的。

表3 GA-BP神经网络径流量预测结果

年份	预测值 /(10 ⁸ m ³)	实际值 /(10 ⁸ m ³)	误差 /(10 ⁸ m ³)	相对误差/%
2011	9.850	8.29	-1.560	18.82
2012	6.857	11.14	4.283	38.45
2013	9.828	11.42	1.592	13.94
2014	9.656	9.96	0.304	3.05
2015	9.862	9.46	-0.402	4.25

2.3 支持向量机预测结果

在对南水河年径流量预测的支持向量机模型中，采用1978—2010年作为模型的训练集，2011—2015年作为模型的测试集。支持向量机的具体参数设定为：核函数类型选择RBF径向基函数；SVM设置类型选为epsilon-SVR回归分析，设置损失函数 p 为0.01；核函数的 γ 参数设为0.022 097，惩罚系数设为1024。在Matlab软件的环境下进行径流量的拟合预测仿真。

图3为支持向量机对南水河1984—2010年径流量的拟合图。可见支持向量机模型对于这27年的拟合结果非常接近，除了少量年份外，其他年份的拟合值与实际值基本重合，支持向量机对于南水河往年年径流量拟合的平均精度为95.67%。根据水文预测的相对误差标准，其中只有1年的拟合值相对误差大于20%，合格率达到96%，故支持向量机模型用于南水河年径流量的拟合效果非常理想。

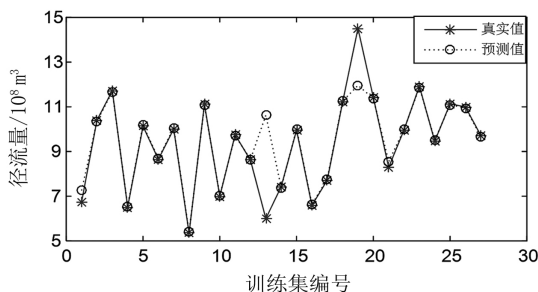


图3 支持向量机径流量输出值与实际值的比较

表4为支持向量机径流量预测，从表中可以看出，支持向量机对2011—2015年南水河径流量的预测值与实际值的变化趋势基本一致，除了2011年误差为3.05%之外，其他4年误差低于1%，因此该支持向量机径流量预测模型用于韶关南水河十分合适，预测效果非常理想。

表4 支持向量机径流量预测结果

年份	预测值 /(10 ⁸ m ³)	实际值 /(10 ⁸ m ³)	误差 /(10 ⁸ m ³)	相对误差/%
2011	8.548	8.29	-0.258	3.05
2012	11.092	11.14	0.048	0.43
2013	11.374	11.42	0.046	0.40
2014	10.008	9.96	-0.048	0.48
2015	9.505	9.46	-0.045	0.48

2.4 南水河径流量预测

图4为利用上述支持向量机模型对南水河未来年份进行预测，可以看出，2016—2025年南水河年径流量的波动趋势基本与往年一致，其中最大年径流量是2019年的 $1.197 \times 10^9 \text{ m}^3$ ，最小年径流量预计在2025年，大小为 $5.29 \times 10^8 \text{ m}^3$ 。

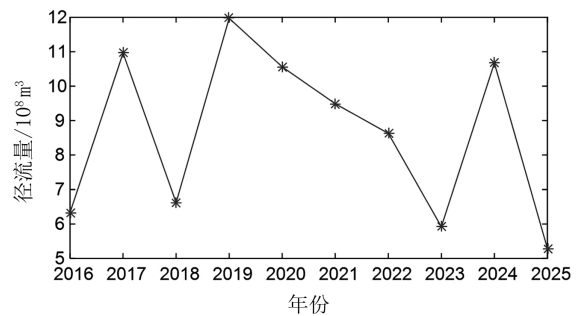


图4 2016—2025年南水河年径流量预测

3 结 语

1) 灰色系统理论、基于遗传算法的BP神经网络以及支持向量机3种方法对于南水河年径流量的预测合格率都在80%以上。其中，基于遗传算法的BP神经网络虽然预测合格率高，但是其对南水河往年径流量的拟合度低，所以这种方法不适用于南水河径流量的拟合。灰色系统理论则可以应用于南水河年径流量的拟合及预测中，但其拟合精度以及预测精度不是非常高。而支持向量机无论是对南水河往年年径流量的拟合，还是对年径流量的预测，两者的精度都非常高，所以支持向量机在南水河径流量研究中的效果是十分理想的。

2) 通过支持向量机对南水河2016—2025年的年径流量的预测中，可以看出，该流域未来径流量的变化趋势基本与往年一致，说明南水河的水资源比较稳定，对于微电网的建设来说，可以利用南水河水资源补给比较稳定，建设合理数量以及容量的小水电站。

参考文献

- [1] 薛宇峰. 近50年来湛江、韶关气候变化的小波分析[J]. 广东气象, 2006(1): 29-32.
- [2] 许小娟, 周舫. 韶关地区水文特性分析[J]. 广东水利水电, 2005(1): 45-48.
- [3] 于兴杰, 畅建霞, 黄强, 等. 基于灰色马尔柯夫预测模型的径流量预测[J]. 沈阳农业大学学报, 2008, 39(1): 69-72.
- [4] 顾海燕. 加权马尔可夫链在松花江哈尔滨站径流量预测中的应用[J]. 黑龙江大学学报, 2008, 35(3): 112-115.
- [5] 张丽霞, 雷晓云. 时间序列分解模型在乌拉斯台河年径流量预测中的应用研究[J]. 水资源与水工程学报, 2006, 17(2): 22-24.
- [6] Yinfeng Q I, Tan R. Application of BP Neural Network in the Prediction of Reservoir's Monthly Runoff Based on Genetic Algorithm[J]. Hydropower & Pumped Storage 2018.
- [7] 王其虎, 钱新, 张玉超, 等. BP神经网络在流溪河水库径流量预测中的应用[J]. 环境保护科学, 2010, 36(3): 19-21.
- [8] 王义民, 于兴杰, 畅建霞, 等. 基于BP神经网络马尔科夫模型的径流量预测[J]. 武汉大学学报(工学版), 2008, 41(5): 14-17.
- [9] 饶素秋, 霍世青. 灰色系统模型在黄河径流量分析预测中的应用[J]. 人民黄河, 1997(7): 39-42.
- [10] 李建林, 咎明军, 李宝玲. 基于R/S分析的黑河出山年径流量灰色预测[J]. 地域研究与开发, 2014, 33(5): 127-131.
- [11] 李彦彬, 黄强, 徐建新, 等. 河川径流中长期预测的支持向量机模型[J]. 水力发电学报, 2008, 27(5): 28-32.
- [12] 王娟娟. 基于改进支持向量机模型的开都河年径流量预测[J]. 西北水电, 2015(4): 1-5.
- [13] 张永波. 基于灰色系统理论的预测模型的研究[D]. 哈尔滨工程大学, 2005.
- [14] 徐建新, 李振全, 张福芬, 等. 用灰色系统理论进行径流预测研究[J]. 华北水利水电大学学报(自然科学版), 2005, 26(3): 1-3.
- [15] 吴丽娜, 黄领梅, 沈冰. 大峪河年径流量的灰色拓扑预测与趋势分析[J]. 人民黄河 2012, 34(1): 62-64.
- [16] 马晋强, 杨以涵. 遗传算法在电力系统无功优化中的应用[J]. 中国电机工程学报, 1995, 15(5): 347-353.
- [17] 李玲纯, 田丽. 基于遗传算法和BP神经网络的短期电力负荷预测[J]. 安徽工程科技学院学报, 2009, 24(3): 57-60.
- [18] 赵宇红, 李兰君, 王丽君. 基于遗传算法的人工神经网络负荷预测研究[J]. 南华大学学报(自然科学版), 2005, 19(4): 72-75.
- [19] 陈允平, 王旭蕊, 韩宝亮. 神经网络原理及其应用[M]. 北京: 中国电力出版社, 2002.
- [20] 王广宇, 解建仓, 张建龙. GA-BP组合预测方法在北洛河年径流量预测中的应用[J]. 干旱地区农业研究, 2014, 32(1): 203-207.
- [21] 顾万龙, 朱业玉, 潘攀, 等. 支持向量机方法在太阳辐射计算中的应用[J]. 太阳能学报, 2010, 31(1): 56-60.
- [22] Shahraiyini H, Ghafouri M, Shouraki S, et al. Comparison between Active Learning Method and Support Vector Machine for Runoff Modeling[J]. Journal of Hydrology & Hydromechanics, 2012, 60(1): 16-32.
- [23] 薛浩然, 张珂珂, 李斌, 等. 基于布谷鸟算法和支持向量机的变压器故障诊断[J]. 电力系统保护与控制, 2015, 43(8): 8-13.
- [24] 汪丽娜, 李粤安, 陈晓宏. 基于支持向量机的降雨-径流预测研究[J]. 水文, 2009, 29(1): 13-16.
- [25] 畅明琦, 刘俊萍. 兰州站径流支持向量机预测[J]. 水力发电学报, 2010, 29(4): 32-38.
- [26] 楼顺天, 施阳. 基于MATLAB的系统分析与设计[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2001.
- [27] 葛哲学. 精通MATLAB[M]. 北京: 电子工业出版社, 2008.
- [28] 罗建军. MATLAB教程[M]. 北京: 电子工业出版社, 2005.

作者简介:

曾思明(1988), 助理工程师, 研究方向为电力系统运行与控制;

吴杰康(1965), 博士生导师、教授, 研究方向为电力系统运行与控制;

陈永进(1976), 工学博士、高级工程师, 研究方向为电力系统运行与控制;

赵俊浩(1994), 硕士研究生, 研究方向为电力系统运行与控制;

翁兴航(1983), 工程师, 研究方向为电力系统运行与控制等。

(收稿日期: 2018-10-31)