# 基于连续潮流的静态分岔点追踪方法

#### 李林 刘 玲

(德阳电业局变电检修中心 四川 德阳 618000)

摘 要:静态电压稳定性分析中,主要有两类分岔:鞍结分岔和极限诱导分岔,并以当前运行点离分岔点间的负荷距 离评估电压的稳定裕度。对发电机无功受限后出现的无功/电压约束转换和极限诱导分岔现象进行了分析,并采用 了发电机无功极限值引导变步长的连续潮流方法,对鞍结分岔点和极限诱导分岔点进行了搜索,继而利用潮流雅可 比矩阵特征值的符号变化进行识别。该方法应用于 IEEE 39 节点测试系统 取得了比较理想的效果,从而验证了该方 法的正确性和有效性。

关键词:静态电压稳定;连续潮流;鞍结分岔;极限诱导分岔;无功/电压约束转换

Abstract: There are two types of bifurcations: saddle – node bifurcation and limit – induced bifurcation in the static voltage stability analysis , and the voltage stability margin is assessed according to the distance between the current operating point and the bifurcation point. The phenomenon of reactive power/voltage constraint exchange and limit – induced bifurcation after reactive power of generator is limited is analyzed. The continuation power flow method is proposed in which reactive power limit is guiding the variable step size to search saddle – node bifurcation point and limit – induced bifurcation point , and then the symbol changes of Jacobian matrix eigenvalues are used to identify voltage stability point. The desired results obtained with the proposed method after being applied to IEEE 39 bus test systems demonstrate the correctness and validity of this method.

Key words: static voltage stability; continuation power flow; saddle – node bifurcation; limit – induced bifurcation; reactive power/voltage constraint exchange

中图分类号:TM712 文献标志码:A 文章编号:1003-6954(2012)03-0044-04

电力市场化改革以后,经济的快速增长,投入系统的设备增长迅猛,同时电力网络的发展相对滞后, 很多地方的电网都经常运行在极限状态,可能遭受电压稳定的威胁<sup>[1]</sup>。静态电压稳定分析能判断电力系统有多大的静态电压稳定裕度并指出采取何种合适的控制措施使电力系统运行在安全裕度之内<sup>[2]</sup>。

在电力系统静态电压稳定性分析中,电压崩溃 点是与静态分岔点相联系的。电力系统中主要有两 种静态分岔点:鞍结分岔点(saddle – node bifurcation point *SNBP*)和极限诱导分岔点(limit – induced bifurcation point *,LIBP*)。前者对应潮流雅可比矩阵的 奇异点;后者则是由于某发电机节点的无功出力达 到极限而导致系统稳定平衡点忽然消失<sup>[3]</sup>。因此, 只有准确搜索和识别这两类分岔点,才能准确地计 算系统的电压稳定裕度,进而准确地计算在该分岔 点处各种控制变量对于稳定裕度的灵敏度信息,从 而进行预防控制<sup>[4]</sup>。求取电压静态分岔点的算法 主要有连续潮流法<sup>[5-7]</sup>、崩溃点直接计算法<sup>[8-10]</sup>、

#### 最优潮流计算法<sup>[11-13]</sup>。

文献 [4]利用连续潮流法和崩溃点法的混合方 法对极限诱导分岔点和鞍结分岔点进行了识别和计 算。文献 [14]利用预测 – 校正方法快速穿越电压 崩溃临界点的方法来搜索。文献 [15]采用触发条 件和两个检测条件的判断准则,对结构变化点进行 检测,从而判断极限诱导分岔点的存在。这3篇文 献中都提到利用最优步长的方法来计算,但是都没 有告诉具体的方法。这里采用发电机无功极限值引 导变步长的连续潮流法来搜索静态分岔点,继而利 用雅可比矩阵特征值的符号变化进行识别。该方法 应用于 IEEE 39 节点测试系统,显示了该方法的正 确性和有效性。

### 1 连续潮流的数学模型

一般 在静态输电计算中 极坐标系统下的潮流 方程可用式(1) 表示为

$$\begin{cases} P_{Gi} - P_{Li} - V_{i} \sum_{j=1}^{n} V_{j} (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij} = 0 \\ Q_{Gi} - Q_{Li} - V_{i} \sum_{j=1}^{n} V_{j} (G_{ij} \sin \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}) = 0 \end{cases} (1) \\ Q_{\min i} \leq Q_{Gi} \leq Q_{\max i} V_{i} = V_{si} \end{cases}$$

式中  $P_{Gi}$ 、 $Q_{Gi}$ 为节点 *i* 的发电机有功和无功出力;  $Q_{\min i}$ 、 $Q_{\max i}$ 为发电机的最小和最大无功极限值;  $P_{Li}$ 、  $Q_{Li}$ 为节点 *i* 负荷的有功和无功;  $V_i$ 、 $V_{si}$ 是节点 *i* 的电 压幅值和节点 *i* 的标准电压幅值;  $\theta_{ij}$ 是节点 *i* 和节点 *j* 的电压相角差值;  $G_{ij}$ 、 $B_{ij}$ 为节点 *i* 与节点 *j* 之间的网 络导纳矩阵的实部和虚部。

若用 λ 表示发电机和负荷的增长参数 ,即为负荷因子; n<sub>Gi</sub>、n<sub>PLi</sub>分别表示发电机和负荷有功增长的方向向量; n<sub>QLi</sub>表示负荷无功增长的方向向量。则有

$$\begin{cases}
P_{Gi} = P_{Gi0} (1 + \lambda n_{Gi}) \\
P_{Li} = P_{Li0} (1 + \lambda n_{PLi}) \\
Q_{Li} = Q_{Li0} (1 + \lambda n_{QLi})
\end{cases}$$
(2)

由于引入变量 λ,使潮流方程的未知数比方程 数多一个,为了使未知数的个数和方程数相同,避免 潮流雅可比矩阵奇异,此时需要增加一维参数化方 程。

连续潮流主要由4部分组成:预估、校正、参数 化和步长控制。具体步骤不再叙述,详情请参考文 献[16]、[17]。

## 2 发电机无功受限后现象分析

在实际潮流计算中,发电机的无功并不是不变 的。当发电机的无功始终维持在最小值与最大值之 间范围内时,潮流雅可比矩阵在最大功率传输点奇 异,其静态分岔类型为鞍结分岔(saddle – node bifurcation ,SNB);当发电机的无功越限时,系统中*PV*节 点的无功功率达到极限将保持不变,而节点电压发 生跌落现象,在潮流方程中发电机节点由*PV*节点 类型转化为*PQ*节点类型,潮流方程中*Q*<sub>G</sub>取值如 下。

若 $Q_{Gi} \leq Q_{\min i}$ 时 $Q_{Gi} = Q_{\min i}$ , $V_i \leq V_{si}$ 

若 $Q_{Gi} \ge Q_{\max i}$ 时 $Q_{Gi} = Q_{\max i}$ , $V_i \le V_{si}$ 

此时,系统可能发生两种现象:无功/电压约束 转换(constraint exchange pomt,CEP)和极限诱导分 岔(Gmit-induead bifurcation,LIB)。

2.1 无功/电压约束转换

CEP 对应的分岔图如图 1 所示。图中,点 A 为 系统初始运行点,此时发电机无功没有越限。随着 负荷的增加,当发电机无功达到极限(B 点)时,系 统的结构发生突然变化,运行点从 $Q_{G} \leq Q_{Cmaxi}$ 曲线 的上半分支转化到 $Q = Q_{Cmaxi}$ 曲线的上半分支运行, 此时系统是稳定的。如果再增加负荷,系统将运行 到 C 点,就会发生 SNB 而导致电压崩溃。对于 B 点 来讲,是一个



### 2.2 极限诱导分岔

LIB 对应的分岔图如图 2 所示。图中,点 A 为 系统初始运行点,此时发电机无功没有越限。随着 系统负荷的增加,当发电机无功达到极限(B 点) 时 运行点突然从  $Q_{G} \leq Q_{Cmaxi}$ 曲线的上半分支转化 到  $Q_{G} = Q_{Cmaxi}$ 曲线的下半分支运行,形成一个不同 于 C 点(SNBP)的尖点形状,系统的结构突然改变 导致了电压崩溃。对于 B 点来讲,是一个不稳定的 运行点,这就是 LIBP。



图 2 极限诱导分岔

## 3 静态分岔点的追踪

### 3.1 静态分岔点的搜索

搜索方法通常用常规连续潮流法,从起始点开 始逐个搜索。这样的话,一方面降低了算法的效率, 另一方面,如果连续潮流法的步长过大的话,多台发 电机都穿越了分岔点。因此,要用尽可能少的步数 达到和穿越分岔点,从而可以把分岔点限制在一个 较小的范围内,为精确识别做好准备。

于是采用发电机无功极限值引导变步长连续潮

流法来搜索分岔点。当发电机无功没有越限时,采 用较大步长的非线性预估,当发电机快要达到无功 极限时,采用较小的步长,避免多台发电机在相邻短 时间内先后越限。具体步长控制策略如下。

式(1) 中发电机的无功功率 Q<sub>G</sub>可以如下描述。

$$Q_{Gi} = V_i \sum_{j=1}^{n} V_j Y_{ij} \sin(\theta_{ij} - \alpha_{ij}) + Q_{Li}$$
(3)

式中  $Y_{ij}$ 和  $\alpha_{ij}$ 是导纳矩阵在极坐标下的元素。对于 一个特定的电力系统 ,导纳矩阵是一定的 ,所以  $Y_{ij}$ 和  $\alpha_{ij}$ 是个常数。对于发电机节点来说  $V_i$  也是个常数 , 如果电力系统在正常条件下运行 相角差  $\theta_{ij}$ 通常很 小 所以 ,式(3) 中的正弦函数接近于常数 描述如下。

$$\sin(\theta_{ii} - \alpha_{ii}) \approx \sin(-\alpha_{ii}) \tag{4}$$

从式(3) 中可以看出电压幅值 *V<sub>j</sub>* 是唯一的变量 即发电机的无功功率 *Q<sub>Gi</sub>*是关于电压幅值 *V<sub>j</sub>* 的函数 这样可以简化式(3) 如下。

$$Q_{Gi} \approx KV + Q_{Li} \tag{5}$$

式中  $K = [k_1, k_2, k_3, \dots k_n]$  是线性系数矩阵  $V = [V_1, V_2, V_3, \dots V_n]^T$  是系统的电压幅值矩阵。从式 (5) 可以看出  $V_i = Q_{Gi}$ 成线性关系。负荷因子  $\lambda =$ 电压幅值  $V_i$  接近于平方关系<sup>[18]</sup>,所以负荷因子  $\lambda$ 与发电机的无功功率  $Q_{Gi}$ 也接近于平方关系。关系 示意图如图 3 所示 表达式描述如下。



图 3 负荷因子  $\lambda$  与发电机无功  $Q_{a}$ 的关系

如果知道式(6)的3个解,根据二阶拉格朗日 插值就可以得出系数 $a_i > b_i$ 和 $c_i > 3$ 发电机的无功 到达极限,把上限 $Q_{Gimax}$ 和下限 $Q_{Gimin}$ 代入式(6),可 以得到发电机无功越限时相应的负荷因子。

$$\lambda_{q \max}^{i} = a_{i}Q_{Gi\max}^{2} + b_{i}Q_{Gi\max} + c_{i}$$

$$\lambda_{q\min}^{i} = a_{i}Q_{Gi\min}^{2} + b_{i}Q_{Gi\min} + c_{i}$$
(7)

取 $\lambda_q = (\lambda_{q \max}^i, \lambda_{q \min}^i)$ 。假设系统目前的运行 点 $(x_0, \lambda_0)$ ,如果 $\lambda_q$ 大于负荷因子 $\lambda_0$ ,连续潮流的 步长 $h = \lambda_q - \lambda_0$ ,使系统从 $(x_0, \lambda_0)$ 到下一个运行点  $(x_q, \lambda_q)$ 。然后进行识别若不是分岔点就采用小步 长进行搜索;若是分岔点就采用相同方法搜索下个 分岔点。

3.2 静态分岔点的识别

分岔点可根据静态分岔类型的特点进行识别。 SNB 的特点是,雅可比矩阵有零特征值出现; CEP 的特点是,在无功/电压约束转换过程的前后,雅可 比矩阵的所有特征值仍在左开半平面; LIB 的特点 是 在发生分岔之前,雅可比矩阵的所有特征值仍在 左开半平面,而在发生分岔之后,雅可比矩阵的最小 特征值跳跃到右开半平面。

3.3 追踪分岔点的步骤

采用连续潮流法计算出 3 个运行点,获得 λ
 与 Q<sub>ci</sub>值;

2) 利用二阶拉格朗日插值法获取式(6) 的系数 *a<sub>i</sub>*、*b<sub>i</sub>* 和 *c<sub>i</sub>*;

3) 利用式(7) 计算出发电机无功越限后的  $\lambda_q$  值 ,从而计算出连续潮流的步长 h;

4) 利用连续潮流法进行预估、校正,得到潮流 解;

5) 对潮流解进行识别,若不是分岔点就采用固定小步长进行搜索,执行上一步;若是分岔点则搜索 成功,把 PV 节点转化为 PQ 节点,执行第二步,进行 下一个点的搜索。

## 4 算例分析

下面以 IEEE 39 节点测试系统对采用的方法进 行了验证。仿真中所有的负荷和发电机的有功按同 一比例 λ 增长,负荷为恒功率模型,并且保持功率 因数不变。发电机无功功率取值范围如表1所示, 其中 Bus\_38 发电机的最大无功功率 *Q*<sub>max</sub>有两个值, 对应两种不同的模式。

表1 发电机无功功率取值范围

节点号	$Q_{ m min}$	$Q_{\max}$	节点号	$Q_{\min}$	$Q_{\rm max}$
Bus_30	-0.45	0.45	Bus_35	-0.18	0.18
Bus_31	- 10.0	10.0	Bus_36	-3.2	3.2
Bus_32	-9.0	9.0	Bus_37	-8.0	8.0
Bus_33	-9.0	9.0	Bus_38	-1.5	1.5/0.32
Bus_34	-9.9	9.9	Bus_39	-0.52	0.52

模式 1: Bus\_38 的 *Q*<sub>max</sub> = 1.5。Bus\_6 的 *PV* 曲 线如图 4 所示。随着负荷因子的增加 ,系统的初始 运行曲线为曲线 1 ,某一发电机到达无功受限点 A 后,系统的潮流方程发生了突变,运行曲线变化到曲线2。接着发电机无功受限点依次为 B、C、D,运行曲线对应依次变化为曲线 3、4、5,随着负荷因子的进一步增加,系统运行到 E 点,发生电压崩溃。



图 4 模式 1 下 Bus\_6 的 PV 曲线图

图 4 中 A、B、C、D、E 对应的识别结果如表 2 所 示。从表中可以看出在受限点 A、B、C、D 潮流雅可比 矩阵特征值符号都是从负变化到负 即潮流雅可比矩 阵的所有特征值仍在左开半平面 ,系统仍然稳定。在 受限点 E 负荷达到最大 ,潮流雅可比矩阵特征值从符 号为负变化为零 ,此时对应电压稳定临界点。所以模 式 1 下的电压崩溃是由于鞍结分岔所致。





编 号	$V_6$	$\lambda_6$	受限 母线	特征值 的变化	识别 结果
А	0.972 9	0.398 6	Bus_35	负 - → 负	CEPs
В	0.958 6	0.4934	Bus_36	负-→负	CEPs
С	0.948 2	0.533 1	Bus_30	负 - → 负	CEPs
D	0.9377	0.5574	Bus_39	负 - → 负	CEPs
Е	0.9277	0.563 0	-	负 - → 零	SNBP
	横式 2・	Bus 38 的	10 = 0	32 . Bus	6的PV曲

莫式 2: Bus\_38 的 *Q*<sub>max</sub> = 0. 32。Bus\_6 的 *PV* 曲

线如图 5 所示。随着负荷因子的增加 ,发电机的无 功功率受限点依次为 A、B、C、D、E ,各点对应的识别 结果如表 3 所示。

表 3 模式 2 下测试系统的识别结果

编 号	$V_6$	$\lambda_6$	受限 母线	特征值 的变化	识别 结果
А	0.972 9	0.398 6	Bus_35	负 - → 负	CEPs
В	0.958 6	0.4934	Bus_36	负 - → 负	CEPs
С	0.948 2	0.533 1	Bus_30	负-→负	CEPs
D	0.9377	0.5574	Bus_39	负 - → 负	CEPs
Е	0.932 0	0.5617	Bus_38	负 - → 正	LIBP

从图 5 和表 3 可以看出在受限点 A、B、C、D 潮 流雅可比矩阵特征值符号都是从负变化到负,即潮 流雅可比矩阵的所有特征值仍在左开半平面,系统 仍然稳定。在受限点 E 负荷达到最大,潮流雅可比 矩阵特征值符号从负变化到正,即在发生分岔之前, 潮流雅可比矩阵的所有特征值仍在左开半平面,而 在发生分岔之后,潮流雅可比矩阵的特征值跳跃到 右开半平面,此时发生电压崩溃。所以模式 2 下的 电压崩溃是由于极限诱导分岔所致。

## 5 结 论

对发电机无功受限后出现的无功/电压约束转 换和极限诱导分岔现象进行了分析,并采用了发电 机无功极限值引导变步长的连续潮流法,对静态电 压稳定分析中两类主要的分岔点进行了搜索,继而 利用潮流雅可比矩阵特征值的符号变化进行识别。 通过 IEEE 39 节点测试系统的算例分析,取得了理 想的效果,表明了该方法的正确性和有效性。本方 法可以提供系统可能的电压崩溃方式,这对电力系 统运行人员进行预防控制具有非常重要的指导意 义。

### 参考文献

- [1] 王冰 游振华 韩学军 等. 考虑负荷静态电压特性的 重负荷节点静态电压稳定分析 [J]. 继电器 2007 35 (11):21-25.
- [2] 李娟 陈继军,司双. 连续潮流与免疫遗传算法结合的 静态电压稳定裕度计算[J]. 电力系统保护与控制, 2010,38(18):24-27.

(下转第81页)

- [4] 肖世杰. 构建中国智能电网技术思考[J]. 电力系统自动化 2009 33(9):1-4.
- [5] 胡学浩. 智能电网——未来电网的发展态势[J]. 电网 技术 2009 33(14):1-5.
- [6] 谢开,刘永奇,朱治中,等.面向未来的智能电网[J]. 中国电力,2008,41(6):19-22.
- [7] 中国国家电网公司智能电网部. 高压设备智能化技术 分析报告[R]. 北京: 中国国家电网公司 2009.
- [8] 傅书遏. 中国智能电网发展建议[J]. 电力系统自动 化 2009 33(20):23-26.
- [9] Ipakchi A ,Albuyeh F. Grid of the Future [J]. IEEE Power & Energy Magazine 2009 7(2):52-62.
- [10] 钟金 郑睿敏 杨卫红 ,等. 建设信息时代的智能电网 [J]. 电网技术 2009 33(13):12-18.
- [11] 常康 薛峰 杨卫东. 中国智能电网基本特征及其技术进展评述[J]. 电力系统自动化 2009 33(17):10 15.
- [12] The National Energy Technology Laboratory. A Systems View of the Modern Grid [R/OL]. [2007 - 01 - 22]. http://www.netl.doe.gov/mordemgrid.
- [13] The National Energy Technology Laboratory. The Mod-
- (上接第47页)
- [3] Canizares C. A. ,Mithulananthan N. ,Berizzi A. ,et al. On the Linear Profile of Indices for the Prediction of Saddle – node and Limit – induced Bifurcation Points in Power Systems [J]. IEEE Trans on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications , 2003 , 50 (12): 1588 – 1595.
- [4] 马冠雄 刘明波 王奇.一种识别静态电压稳定分岔点的 混合方法[J].电力系统自动化 2006 30(24):17-20.
- [5] Ajjarapu V., Christy C. The Continuation Power Flow: A Tool for Steady State Voltage Stability Analysis [J]. IEEE Transactions on Power Systems 1992, 7(1): 416 - 423.
- [6] Feng Z. ,Ajjarapu V. ,Long B. Identification of Voltage Collapse Through Direct Equilibrium Tracing [J]. IEEE Transactions on Power Systems 2000,15(1): 342 – 349.
- [7] Yorino N. ,LI Huaqiang , Sasaki H. . A Predictor/corrector Scheme for Obtaining Q – limit Points for Power Flow Studies [J]. IEEE Trans on Power Systems ,2005 ,20 (1):130 – 137.
- [8] Canizares C. A. ,Alvarado F. L. Point of Collapse and Continuation Methods forLlarge AC/DC Systems [J]. IEEE Trans on Power Systems ,1993 8(1):1-8.
- [9] 郭瑞鹏 韩祯祥. 电压崩溃临界点计算的改进零特征 根法[J]. 中国电机工程学报 2000 20(5):63-66.
- [10] Rosehart W. D. Canizares C. A. Quintana V. H. Multiob jectiveOptimal Power Flows to Evaluate Voltage Security Cost in Power Networks [J]. IEEE Trans on Power Systems 2003 18(2): 578 – 587.

ern Grid Initiative. Pittsburgh , PA , USA: NETL , 2007.

- [14] 林宇锋,钟金,吴复立. 智能电网技术体系探讨[J]. 电网技术 2009 33(12):8-14.
- [15] Novosel D. Emerging Technologies in Support of Smart grids [C]. IEEE Power and Energy Society General Meeting – Conversion and Delivery of Electrical Energy in the 21st Century, Pittsburgh, Pennsylvania, USA, 2008.
- 作者简介:

拉贵(1978),男,助理工程师,主要从事高电压绝缘技术研究;

米玛次仁(1970),男,助理工程师,主要从事高电压设 备现场试验技术研究;

扎西曲达(1985),男,助理工程师,主要从事电力变压 器技术研究;

尼玛石达(1979),男,助理工程师,主要从事高压开关 设备技术研究;

贡嘎罗布(1987),男,助理工程师,主要从事高电压设备防雷技术研究。

(收稿日期:2012-03-23)

- - [11] Irisarri G. D. Wang X. Tong J. et al. Maximum Load Ability of Power Systems Using Interior Point Non – linear Optimization Method [J]. IEEE Trans on Power Systems, 1997, 12(1):162 – 172.
  - [12] 韦化,丁晓莺. 基于现代内点理论的电压稳定临界点算法[J]. 中国电机工程学报 2002 22(3):27-31.
  - [13] 李华强 刘亚梅 , YORINO N. 鞍结分岔与极限诱导分岔的 电压稳定性评估[J]. 中国电机工程学报 2005 25(24): 56-60.
  - [14] 赵晋泉 江晓东 涨伯明. 一种静态电压稳定临界点的 识别和计算方法[J]. 电力系统自动化 2004 28(23): 28-32.
  - [15] 熊宁 程浩忠 马则良 等.基于连续潮流的极限诱导 分岔检测方法[J].电力系统自动化 2008 32(18): 35-38.
  - [16] 徐晓春,万秋兰,顾伟,等.在线电压稳定分析中快速 连续潮流的应用[J].电力系统保护与控制 2008 36 (14):37-41.
  - [17] 周双喜 朱凌志 郭锡玖 等. 电力系统电压稳定性及 其控制[M]. 北京: 中国电力出版社 2004.
  - [18] Antonio C. Z. de Souza, Claudio A. Canizzares, Victor H. Quintana. New Techniques to Speed up Voltage Collapse Computations Using Tangent Vectors [J]. IEEE Trans on Power Systems ,1997, 12(3):1380 - 1387.

#### 作者简介:

李 林(1984),男,硕士,从事电力系统稳定运行与控制方面的研究。

(收稿日期:2012-01-11)