

# 基于模态法的电力系统电压稳定性研究

张少康, 李兴源, 徐梅梅

(四川大学电气信息学院, 四川 成都 610065)

**摘要:** 电压失稳是电力系统丧失稳定性的一个重要方面, 目前电网规模不断扩大, 电压敏感负荷不断增多, 电压失稳事故日益成为威胁电网安全的一个突出问题。使用准确有效的方法对电压稳定性进行分析非常重要。模态法可用于分析实际系统, 它从整个系统的层面给出与电压稳定性有关的信息和关于不稳定性机理的信息。针对 IEEE 30 机系统, 利用 MATLAB 进行仿真, 可以发现它能对电压稳定临界点得出准确的评估, 并准确地得出传输系统中临界稳定的节点和最脆弱的分支。这些结果证明了模态法在电压稳定方面的适用性。

**关键词:** 电压稳定; 模态法; 临界点

**Abstract:** Voltage instability takes a great part in power system instability. With the power system growing larger and larger, voltage instability within the power system has become a severe problem. The development and use of accurate methods to predict incipient voltage instability is crucial. The modal analysis can be used in actual system analysis and provide the related information of voltage stability regarding the whole system and the information of instability mechanism. Using practical test cases on the IEEE 30 bus system, it is shown that the modal analysis technique can provide an accurate estimation of the system proximity to the voltage stability limit and can consistently and correctly predict the critical buses in the system. These results clearly demonstrate the availability of modal analysis technique as applied to voltage stability analysis.

**Key words:** voltage stability; modal analysis; critical buses

**中图分类号:** TM712 **文献标识码:** B **文章编号:** 1003-6954(2009)02-0007-04

近几十年来, 电力系统向大电网、高电压和远距离输电发展, 虽然对提高经济效益、促进环境保护起到了重要作用, 但是也给电力系统的安全运行带来了新的问题, 电压失稳就是其中之一。近年来, 国内外电力系统多次发生电压崩溃事故<sup>[1~2]</sup>, 使得电压稳定问题的研究在世界范围内引起广泛关注<sup>[3]</sup>。电力系统电压稳定性分析要解决以下问题: 判断系统在某一运行状态下, 电压是否稳定; 给出系统在当前运行点的稳定裕度, 也即当前运行点离电压不稳定的距离; 找出系统中电压稳定的薄弱节点、支路和区域。

在过去几十年中, 学者们注重对电压稳定分析方法的研究, 提出了多种静态、动态和中长期电压稳定性的分析方法<sup>[4]</sup>, 在电压稳定性的数学模型、系统中动态元件对电压稳定的影响、判别电压稳定性的指标、电压崩溃的预防和校正措施等方面都取得了一系列研究成果。但因电压稳定问题的复杂性, 在机理研究的深入、分析方法的完善以及对付电压崩溃的措施方面还有不少需要研究的问题<sup>[5~6]</sup>。文章探讨了由 Gao Morrison 和 Kundur 提出来的针对潮流雅可比矩

阵的模态分析法<sup>[7]</sup>。这种方法利用系统特征值对系统距离不稳定进行了度量, 确定了电网各元件在初始电压失稳时的参与作用 (关键负荷节点、分支和发电机)。利用 MATLAB 在 IEEE 30 机标准系统中进行了仿真以验证模态分析方法的准确性。

## 1 模态分析概述

模态分析技术是利用系统静态模型, 计算简化雅可比矩阵规定数目的最小特征值及其特征向量, 每一个特征值与电压/无功功率变化模式相关, 其大小提供了电压不稳定的相对量度。特征向量用来描述模态, 它提供关于网络元件和发电机在每一个模式中的参与程度和电压失稳机理的信息。它是从电压和无功的关系来分析电压稳定性的。对于给定的系统运行工况, 如果系统中每一个节点的电压幅值随着同一个节点的无功注入的增加而提高, 则系统是电压稳定的; 若系统中至少有一个节点的电压幅值随着同一节点的无功注入的增加而降低, 则系统是电压不稳定的。

特征值的幅值可以提供发生不稳定可能性的相

**基金项目:** 国家重点基础研究专项经费项目 (2004CB217901); 国家科技支撑计划项目 (2008BAA13B01); 国家电网公司项目

对度量。但因为问题的非线性,特征值不能提供一个绝对的量度。这一点类似于小扰动稳定分析中的阻尼系数,它表示阻尼的程度,但不是稳定裕度的绝对量度。如果要求得到电压不稳定的距离,逐步地加重系统负荷,直到它变为不稳定,并且对每个运行点都进行模态分析。模态分析的运用可帮助确定系统的稳定程度以及应该增加多少额外负荷或功率传输水平。当系统达到电压稳定临界点时,模态分析有助于确定电压稳定性临界区域以及每个模式有哪些元件参加。

## 2 模态分析的方法

### 2.1 简化雅可比矩阵

线性化的静态系统功率-电压方程可以表示为

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{P\theta} & J_{PV} \\ J_{Q\theta} & J_{QV} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta U \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta U \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中: $\Delta P$ 为节点无功微增量变化; $\Delta Q$ 为节点电压角度微增量变化; $\Delta \theta$ 为节点电压幅值微增量变化; $J_{P\theta}$ ,  $J_{PV}$ ,  $J_{Q\theta}$ 和  $J_{QV}$ 为潮流方程偏微分形成的雅可比矩阵的子阵。

令 $\Delta P=0$ ,则

$$\Delta Q = J_r \Delta U \quad (2)$$

其中  $J_r$  是简化雅可比矩阵:

$$J_r = [J_{QV} - J_{Q\theta} J_{P\theta}^{-1} J_{PV}] \quad (3)$$

对于式(1),由分块矩阵的 Schur公式可知,若  $\| J_{P\theta} \| \neq 0$ ,则

$$\| J \| = \| J_{P\theta} \| \cdot \| J_{QU} - J_{Q\theta} J_{P\theta}^{-1} J_{PV} \| = \| J_{P\theta} \|$$

•  $\| J_r \|$ 可见系统的雅可比矩阵  $J$ 的奇异或是因  $J_{P\theta}$  奇异或是因  $J_r$  奇异引起的,  $J_{P\theta}$ 的奇异对应的是系统的功角静态不稳定,而  $J_r$ 的奇异对应的是系统的电压静态不稳定。换句话说,如果系统是功角静态稳定的,即  $J_{P\theta}$ 非奇异,那么雅可比矩阵的奇异一定是由于电压不稳定而忽略了第二项对电压稳定性的影响,这在正常运行情况下,所带来的误差是较小的,但当系统运行于重载情况下,接近稳定极限时,由于无功注入量变化引起的角度变化较大,这是第二项  $J_{Q\theta} J_{P\theta}^{-1} J_{PV}$ 对于电压稳定性的影响就很显著。因而从采用的数学模型意义上比较,模态分析法较  $dQ/dU$ 灵敏度法具有更高的精度。

### 2.2 电压不稳定模式

令

$$J_r = M \lambda N \quad (4)$$

其中: $M$ 为  $J_r$ 的右特征向量,  $\lambda$ 为  $J_r$ 的特值矩阵,是对角阵,  $N$ 为  $J_r$ 的左特征向量。

则

$$J_r^{-1} = M \lambda^{-1} N^T \quad (5)$$

无功和电压的增量变化是由等式(2)确定,代入等式(4),则有: $\Delta U = M \lambda^{-1} N^T \Delta Q$

或

$$\Delta U = \sum_i \frac{M_i N_i^T}{\lambda_i} \Delta Q \quad (6)$$

其中: $M_i$ 是雅可比矩阵  $J_r$ 的第  $i$ 列右特征向量,  $N_i$ 是雅可比矩阵  $J_r$ 的第  $i$ 行左特征向量,  $\lambda_i$ 是雅可比矩阵  $J_r$ 的第  $i$ 个特征值。

每一个特征值  $\lambda_i$ 及其右左特征向量  $M_i$ ,  $N_i$ 决定了无功-电压响应的第  $i$ 个模式,若第  $i$ 个模式的无功功率变化(节点  $i$ 无功注入变化)为

$$\Delta Q_{mi} = K_i M_i \quad (7)$$

其中  $K_i$ 是一个归一化参数,有

$$K_i^2 \sum_j M_{ji}^2 = 1 \quad (8)$$

式中: $M_{ji}$ 是  $M_i$ 的第  $j$ 个元素。

则相应的第  $i$ 个模态电压变化为

$$\Delta U_{mi} = \frac{1}{\lambda_i} \Delta Q_{mi} \quad (9)$$

每一个特征值的大小决定了相应模态电压的脆弱程度,提高接近电压不稳定的相对量度。特征值愈小,相应的模态电压愈脆弱。如果  $\lambda_i = 0$ ,则第  $i$ 个模态电压将崩溃,因为模态无功功率的任何变化都将引起模态电压的无限变化。

如果雅可比矩阵  $J_r$ 的所有特征值都是正的,则系统可以认为是电压稳定的。如果有一个特征值为负,则可认为系统是电压不稳定的。 $J_r$ 零特征值意味着系统处在不稳定的边界。而且  $J_r$ 的较小特征值决定了系统临近电压不稳定的程度。

### 2.3 节点参与作用

节点  $K$ 对模式  $i$ 的参与作用(参与因子)定义为

$$P_{ki} = N_{ki} M_{ki} \quad (10)$$

节点参与因子表明:

(1)  $P_{ki}$ 表示了节点  $K$ 处第  $i$ 个特征值对电压-无功灵敏度的作用。 $P_{ki}$ 值愈大,  $\lambda_i$ 在确定节点  $K$ 处电压-无功灵敏度的贡献愈大。所以对于全部小的特征值(趋于不稳定),节点的参与因子可以确定接近电压不稳定的区域。

(2) 左、右特征向量都已规格化, 所以对于每个模式, 所有节点参与因子的总和等于 1.0。

(3) 对于给定的模式  $i$  节点参与因子的大小指示了在这个节点施加补救措施对稳定该模式的有效性。

(4) 一般有两种类型的模式: 一种模式只有少量节点有大的参与因子, 所有其他节点的参与因子接近零, 则表明是非常局部的模式, 另一种模式是许多节点具有小但是类似的参与因子, 而其余的节点参与因子接近零, 这表明该模式不是局部的。

### 3 仿真分析

#### 3.1 仿真方案和数据

为了证明模态分析方法的实用性, 用 MATLAB 对 IEEE 30 机系统进行了 3 次独立的实验, 分别针对 3 个不同稳定运行点 (分别用 A、B、C 来表示, 负荷依次加重) 进行计算, 结果在表 1 中给出。对每一个运行点, 都先得出简化雅可比矩阵的特征值以得到系统距失稳的距离量度。节点参与因子作为重要模态被得出以预测系统临界节点 (具有最小稳定裕度的节点)。为了证明得出的临界节点是正确的, 生成  $Q-V$  曲线以观察和比较各系统节点的无功稳定裕度。

表 1 3 个运行点的五个最小系统特征值

运行点 A		运行点 B		运行点 C	
模式	特征值	模式	特征值	模式	特征值
16	0.509 8	16	0.464 4	17	0.065 9
17	1.038 9	17	0.980 0	18	0.570 6
18	1.795 1	18	1.658 1	19	0.779 7
21	3.612 3	21	3.458 6	22	2.614 7
22	4.079 4	22	3.931 2	23	3.182 0

系统接近不稳定时, 特征值的幅值降低。在运行点 C 最小的特征值为 0.065 9, 表明系统处在不稳定的边缘。表 2 给出了对于运行条件 C 的最小稳定模式 ( $\lambda=0.0659$ ) 的几个有最大参与因子的节点。

表 2 运行点 C 处 6 个最大节点参与因子及其相应节点

节点号	参与因子
29	0.203 3
22	0.183 9
20	0.161 4
21	0.069 8
26	0.060 3
14	0.057 3

可以看出, 此时节点参与因子最大的几个节点为

29、22、20 节点, 它们是系统中较薄弱的节点。做出不同运行工况下节点 29、22、20 的  $Q-V$  曲线 (运行点为 A 时曲线如图 1, 运行点为 B 时曲线如图 2)。

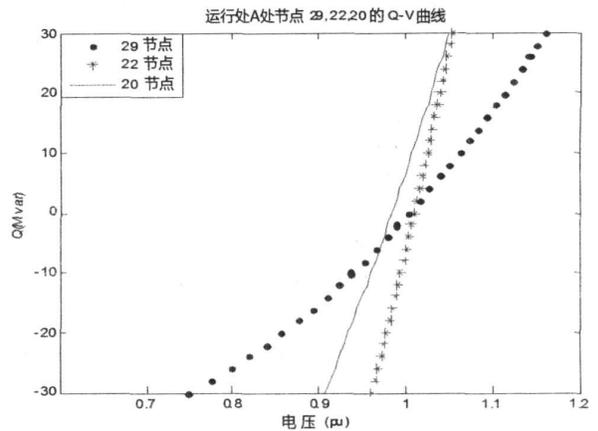


图 1 运行点 A 处节点 29、22、20 的  $Q-V$  曲线

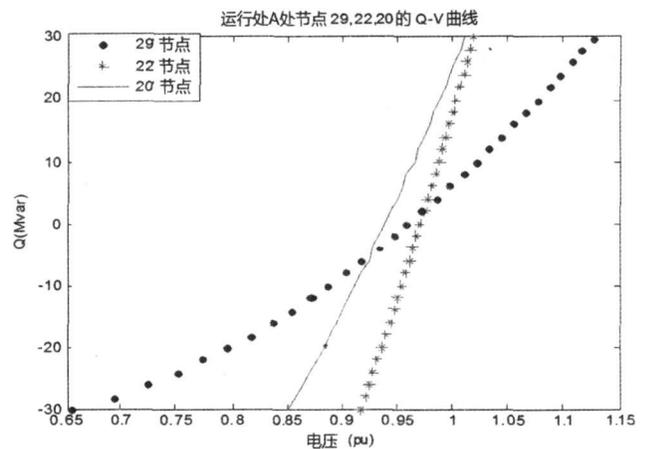


图 2 运行点 B 处节点 29、22、20 的  $Q-V$  曲线

#### 3.2 仿真结果分析

在运行点 A 处, 5 个系统最小特征值都大于 0, 说明系统是稳定的并且临界状态还不会到来。最小特征值是 0.509 8 相应的模式是 16。

B 运行点处的特征值仍然大于 0, 说明系统是稳定的。它的最小特征值减少到了 0.464 4 相应的模式依然是模式 16。

可以看出运行点 C 也是电压稳定的, 最小特征值为 0.065 9, 更趋近于 0, 对应的模式为模式 17。此时系统已接近不稳定。这个模式的节点参与因子被得出以预测系统薄弱节点和薄弱区域, 该模式对应的系统最薄弱节点为节点 29。通过  $Q-V$  曲线可以看出, 模态法分析的结果是准确的。分析出的系统薄弱区域如下:

在 A 运行点, 所有特征值大于 0 且最小特征值为 0.509 8。B 运行点, 所有特征值仍然大于 0 而最

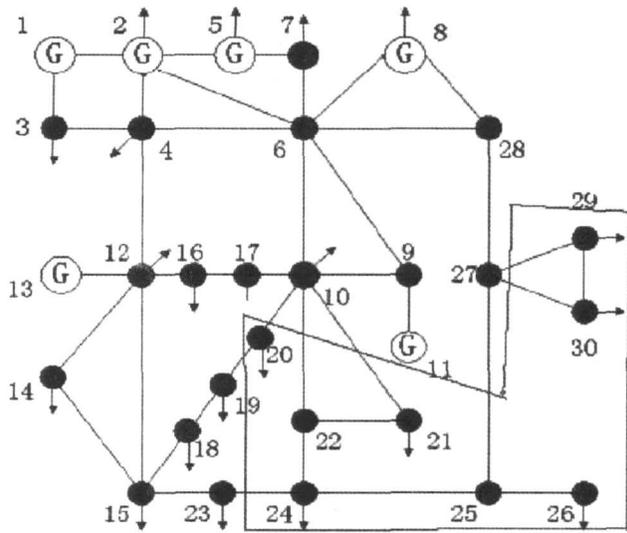


图 3 IEEE 30 机系统薄弱区域的确定

小特征值从 0.509 8 减至 0.464 4。运行点 C 最小特征值降至 0.065 9, 更接近 0。这说明运行点 C 距电压稳定极限最近, 然后是 B 运行点, A 运行点是最稳定的。

### 4 结 论

利用模态分析方法对电力系统进行了分析, 确定出了系统的薄弱节点和薄弱区域, 并做出了薄弱节点处的 Q-V 曲线。对于 30 节点系统, 只求出了其最小的几个特征值。对于一个有很多节点的大系统来说, 不实际也不要求解简化雅可比矩阵的所有特征值; 另外, 只计算其最小特征值也是不充分的, 因为通常和系统的不同部分相关的不只有一个弱的模式。与最小特征值相关的模式在系统负荷加重时, 可能不是最有问题的模式。求出 5-6 个最小的特征值来分析, 每次分析多于一个的最薄弱节点, 这样, 可以得到比较全面准确的信息。算例表明, 模态分析法是准确和可信的。

### 参考文献

[1] 薛禹胜. 时空协调的大停电防御框架: (一) 从孤立防线到综合防御 [J]. 电力系统自动化, 2006, 30(1): 8-16.

[2] 印永华, 郭剑波, 赵建军, 等. 美加“8·14”大停电事故初步分析以及应吸取的教训 [J]. 电网技术, 2003, 27(10): 8-12.

[3] 戴剑锋, 王海超, 周双喜, 等. 基于负荷裕度随机特性的电压失稳概率问题研究 [J]. 中国电机工程学报, 2006, 26(13): 26-30.

[4] 周双喜. 电力系统电压稳定性及其控制 [M]. 北京: 中国电力出版社, 2003.

[5] Y. Mansour ed. Voltage stability of power systems: Concepts, analytical tools and industry experience. IEEE Publication 90TH0358-2-PWR, 1990.

[6] Sekine Y, Ohtsuki H. Cascaded Voltage Collapse. IEEE Trans On PWRs, 1990, 5(1).

[7] P. Kundur ed. Voltage Stability Assessment Procedures and Guides. IEEE/PES Special Publication, 1998.

[8] CIGRE Task Force 38.01.03. Planning Against Voltage Collapse. Electra, 1987(111): 55-75.

[9] Charles Concordia. Voltage Instability: Definition and Concepts. Venice, Florida, 1987.

[10] Carson W. Taylor. Power System Voltage Stability. New York: McGraw-Hill Inc, 1994.

[11] P. Kundur. Power System Stability and Control. New York: McGraw-Hill Inc, 1994.

[12] CIGRE Task Force 38.02.10. Modeling of Voltage Collapse Including Dynamic phenomena. Electra, 1993(147): 71-77.

[13] Larchs W. R. Voltage Instability in Interconnected Power Systems: A Simulation Approach. IEEE Trans On PWRs, 1992, 7(2).

[14] D. M. DeMarco, S. R. Bergen. A Security Measure of Random Load Disturbances in Nonlinear System Models. IEEE Trans On CAS, 1987, 34(12): 1546-1557.

[15] 李兴源, 王秀英. 基于静态等值和奇异值分解的快速电压稳定性分析方法 [J]. 中国电机工程学报, 2003, 23(4): 1-5.

[16] G. D. Voumas, P. W. Sauer, M. A. Pai. Relationships between voltage and angle stability of power systems. Electrical power & energy systems, 18(8): 493-500, 1996.

[17] CIGRE Task Force 38.02.11. Indices predicting voltage collapse including dynamic phenomena. Electra, 1995(159): 135-147.

[18] Reactive Power Reserve Work Group Technical Studies Subcommittee. Western Systems Coordinating Council. Voltage Stability Criteria. Undervoltage Load Shedding Strategy and Reactive Monitoring Methodology (Final Report). May 1998.

### 作者简介:

张少康 (1986-), 男, 硕士研究生, 研究方向为电力系统稳定与控制。

李兴源 (1945-), 男, 教授, 博士生导师, 研究方向为电力系统分析、稳定和控制在等。

徐梅梅 (1985-), 女, 硕士研究生, 研究方向为电力系统稳定与控制。

(收稿日期: 2009-02-10)