

# 一种计算架空输电线在均布载荷作用下 静力平衡状态的方法

陶 然<sup>1</sup>, 刘小会<sup>2</sup>

(1. 西南石油大学土木工程与建筑学院, 四川 成都 610500; 2. 重庆交通大学土木建筑学院, 重庆 400074)

**摘要:** 架空输电线在自重等均布载荷作用下的平衡状态, 可视为计算导线在其他载荷作用下响应的初始状态。结合导线受均布载荷作用下的悬链线方程和有限元方法, 提出了一种求解导线在均布载荷作用下静力平衡状态的方法, 得到导线在该平衡状态下的几何构形和应力分布, 是进一步采用有限元方法计算输电线在其他各种载荷作用下的初始形态。算例结果表明, 该方法具有很高的计算精度。

**关键词:** 架空输电线; 原始构形; 导线原始长度; 静力平衡状态

**Abstract:** The static equilibrium state of overhead transmission lines under the uniformly distributed loads such as self weight is regarded as the initial state to calculate the response of the line cables under other loads. A new approach to determine the configuration and stress distribution of the line cable in static equilibrium state is proposed combined with the catenary equation of cable under uniformly distributed loads and the finite element method, which goes further into the calculation of initial state of transmission lines under other loads by the finite element method. The numerical examples show the high precision of the proposed method.

**Key words:** overhead transmission line; initial configuration; original length of cable; static equilibrium state

中图分类号: TM751 文献标志码: A 文章编号: 1003-6954(2013)05-0083-04

## 0 引 言

随着中国西部能源的开发利用以及“西电东送”工程的实施, 超、特高压输电线路的设计及其安全运行, 已引起有关部门的高度重视。高压输电线路的风偏闪络、大风雪引起的断线以及覆冰导线的舞动等严重影响电网的安全运行, 造成了极大的经济损失<sup>[1-3]</sup>。因此对高压输电线路相关问题的深入研究日益迫切, 对于提高电网的安全运行和高压输电线路杆塔的设计水平都具有极其重要的工程实际意义。

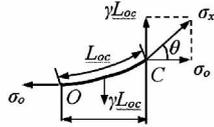
长期以来, 国内架空高压输电线路的设计中, 通常采用静力学方法分别针对导线、绝缘子串和杆塔等进行简化计算。这些传统简化计算方法具有简洁、便于工程技术人员使用的优点<sup>[4-5]</sup>。但是, 随着问题的复杂化和对线路设计水平要求的不断提高, 这些简化计算方法已经不能满足现代设计的要求, 需要建立能够全面反映实际线路结构和受力特征的计算模型。现代计算力学方法的发展和计算软件的

日益成熟, 为该类问题的研究提供了基础和条件。架空导线在风雨等复杂载荷作用下的动力响应问题的求解, 通常采用有限元方法, 这需要建立在导线的自重等均布载荷作用下的静力平衡状态之上。当采用有限元方法时, 这一静力平衡状态的计算确定需要知道导线在无载荷作用下的原始长度和构形。文献[6]根据悬链线方程, 提出了一种迭代计算导线在自重作用下平衡状态的方法。文献[7]在利用ADINA有限元软件计算导线在融冰脱落引起导线的振动问题时, 提出了一种计算自重作用下平衡状态的简化方法。但这一问题没有得到很好的解决。这里结合理论分析和有限元数值计算方法, 提出了一种新的方法, 该方法可以得到导线在自重等均布载荷作用下的几何构形和应力分布, 作为导线在其他载荷作用下的响应分析的起点。算例结果表明, 所提出的方法具有很高的计算精度。

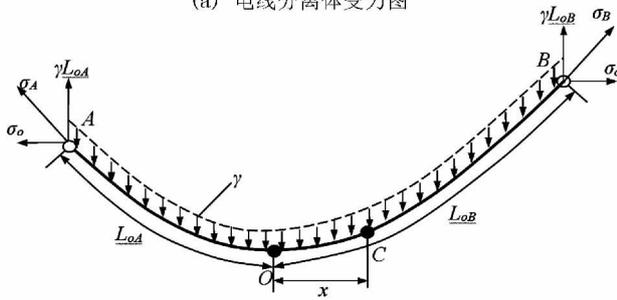
## 1 均布载荷作用下导线的悬链线方程及长度计算

如图1中所示为一档悬挂在A、B两点的架空

电线。沿电线长度方向上均匀分布着比载  $\gamma$ 。根据水平方向上力的平衡,电线上各点应力的水平分量  $\sigma_0$  均应相等,且等于最低点  $O$  点的应力。由线段  $OC$ (参见图1(a))力的平衡条件可得



(a) 电线分离体受力图



(b) 电线整档受力图

图1 架空电线呈悬链线状的受力图

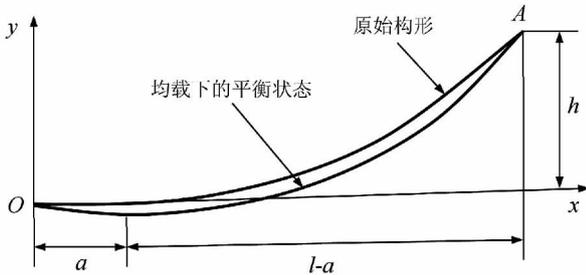


图2 悬挂点不等高时架空输电线的形状变化

$$\sigma_x \cos \theta = \sigma_0 \quad (1)$$

$$\sigma_x \sin \theta = \gamma L_{OC}$$

式(1)中  $\theta$  为电线上离最低点  $O$  水平距离为  $x$  处轴与水平方向的倾角;  $\sigma_x$  为该点的轴向应力;  $L_{OC}$  为线段  $OC$  的长度。由此可以推导出电线的悬链线方程<sup>[5]</sup>

$$y = \frac{\sigma_0}{\gamma} \operatorname{ch} \frac{\gamma}{\sigma_0} (x + c_1) + c_2 \quad (2)$$

式(2)为导线的一般控制方程。在图2所示的坐标系下,利用悬挂点坐标边界条件和最低点切线斜率为零的条件,其控制方程为

$$y = \frac{\sigma_0}{\gamma} \operatorname{ch} \left( \frac{\gamma(x-a)}{\sigma_0} \right) - \frac{\sigma_0}{\gamma} \operatorname{ch} \left( -\frac{\gamma a}{\sigma_0} \right) \quad (3)$$

这里  $a$  为导线最低点的横坐标,利用  $x=l$  时  $y=h$  的条件,由方程(3)可以将  $a$  表达为

$$a = \frac{l}{2} - \frac{\sigma_0}{\gamma} \operatorname{sh}^{-1} \frac{\gamma h}{2\sigma_0 \operatorname{sh} \frac{\gamma l}{2\sigma_0}} \quad (4)$$

根据方程(3)可以推导出导线的长度为

$$L = \frac{\sigma_0}{\gamma} \left[ \operatorname{sh} \left( \frac{\gamma(l-a)}{\sigma_0} \right) + \operatorname{sh} \left( \frac{\gamma a}{\sigma_0} \right) \right] \quad (5)$$

## 2 受均布载荷作用导线的原始长度和原始构形

取一段长度为  $\Delta L_0$  不受张力作用的电线,假设其杨氏弹性模量为  $E$ 。当导线受轴向应力  $\sigma$  作用时,线长变为  $\Delta L$ 。如果导线的伸长变形在弹性范围内,则叠加原理成立,可以把载荷看成是分成  $n$  个阶段逐级加上去的,则伸长后的线长可表达为<sup>[5]</sup>

$$\Delta L = \Delta L_0 \left( 1 + \frac{\sigma}{En} \right)^n \quad (6)$$

当  $n$  趋于无穷大时,可得

$$\Delta L = \Delta L_0 e^{\frac{\sigma}{E}} \quad (7)$$

或

$$\Delta L_0 = \Delta L e^{-\frac{\sigma}{E}} \quad (8)$$

通常情况下  $\left| \frac{\sigma}{E} \right|$  远小于 1,故式(8)可展开成级数,取一阶近似值为

$$\Delta L_0 \approx \Delta L \left( 1 - \frac{\sigma}{E} \right) \quad (9)$$

对整个线长积分即可得到导线的原始长度为

$$L_0 = \int_0^L \Delta L_0 = L - \int_0^L \frac{\sigma_x}{E} dL \quad (10)$$

其中

$$\sigma_x = \sigma_0 \operatorname{ch} \frac{\gamma(x-a)}{\sigma_0} \quad (11)$$

将式(11)代入式(10)积分后可得

$$L_0 = L - \frac{\sigma_0^2}{4E\gamma} \left[ \operatorname{sh} \left( \frac{2\gamma(l-a)}{\sigma_0} \right) + \operatorname{sh} \left( \frac{2\gamma a}{\sigma_0} \right) + \frac{2\gamma l}{\sigma_0} \right] \quad (12)$$

式(12)中  $L$  由式(5)计算。

只要导线的原始长度和导线两端悬挂点的位置一定,无论导线的原始形状如何,导线在受重力等向下的均布力作用平衡后的形状是唯一的。

为了加速计算的收敛性,可假设导线受重力等均布载荷作用之前的原始形状为悬链线。描述导线原始形状的悬链线方程可通过如下简单方法确定。通常  $\sigma_0$  是施工控制量,可以作为已知量,将其和其他参数代入式(4)、(5)和(12)可以计算得到导线的原始长度  $L_0$ 。然后把公式(5)中的  $L$  替换为  $L_0$ ,并

将式(4)描述的  $a$  的表达式代入方程(5),把  $\sigma_0/\gamma$  作为未知量,由此可采用数值方法计算得到比值  $\sigma_0/\gamma$ ,进一步利用式(4)还可以计算得到  $a$ 。值得一提的是,这里的比值  $\sigma_0/\gamma$  不再具有原来的物理意义。最后把所确定的  $\sigma_0/\gamma$  和  $a$  代入公式(3)中,即可得到描述导线原始构形的方程。由于方程(5)确定的是方程(3)描述的悬链线的线长度,故该悬链线的长度,即导线的原始长度为  $L_0$ 。

此外,也可以假设导线的原始形状为抛物线。此时,在如图2所示的坐标系下,导线原始构形的方程为

$$y = a_1x^2 + a_2x + a_3 \quad (13)$$

边界条件为

$$\begin{aligned} x=0 & \quad y=0 \\ x=l & \quad y=h \end{aligned} \quad (14)$$

若导线的原始长度为  $L_0$ ,可以得到如下条件

$$L_0 = \int_0^l \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx \quad (15)$$

根据式(13)~(15)即可确定用抛物线方程描述的导线的原始构形。

### 3 均布载荷作用下导线静力平衡状态的计算

已知导线原始构形后,即可采用有限元方法计算得到其在自重等均布载荷作用下的静力平衡状态。

导线是一典型的柔索结构,具有只能承受拉应力、不能承受压应力的特点。而且柔索的抗弯刚度非常小,一般均可忽略。若利用 ABAQUS 有限元软件,也可以简单地用杆单元来模拟,只需将杆单元的材料性能设为只受拉、不受压即可。值得一提的是,用杆单元离散化导线,在承受载荷作用前,结构的刚度矩阵是奇异的。为使计算能得以进行,可以在杆单元中施加一个非常小的初应力或初应变,以消除结构的奇异性。

在输入各种材料参数,施加载荷和位移边界条件后,即可计算得到导线在自重等均布载荷作用下的静力平衡状态。计算中通常需要考虑导线的几何非线性变形。在此平衡状态的基础上,可以根据具体的情况,进一步计算导线在各种外载荷作用下的响应。

## 4 算例

下面通过算例来验证前面提出的方法的正确性。已知某高压输电线路导线的弹性模量  $E = 7.264 \times 10^4$  MPa,导线最低点的应力  $\sigma_0 = 39.966$  MPa,比重  $\gamma = 3106.6$  N/m<sup>3</sup>,档距  $l = 500$  m,高差  $h = 120$  m,导线的截面面积为  $4.25 \times 10^{-4}$  m<sup>2</sup>。现计算其在自重下的平衡状态。把上述参数代入式(4)和式(5)可以得到受重力作用后导线的长度  $L = 517.26$  m。再由式(12)可以计算得到导线受重力作用前的原始长度  $L_0 = 516.97$  m。

下面首先假设导线原始形状为悬链线。令方程式(4)中的  $L = L_0 = 516.97$  m,用前述方法可以得到  $\sigma_0/\gamma = 1353.0$  和  $a = -69.891$ 。将其代入式(3)即得到描述导线原始形状的方程。根据得到的导线原始构形,在 ABAQUS/CAE 中建立有限元模型。采用三维杆单元进行离散化,总共划分 500 个单元。设定材料为不可压缩,以模拟只受拉不受压的索单元。为了消除系统的奇异性,使计算得以进行,在每个杆单元中预先施加一个非常小的预应力。算例中给每一杆单元施加 0.001 MPa 的预应力,其值远小于导线在自重作用下的应力,因而对导线中最终应力分布的影响甚微,可以忽略。最后采用 ABAQUS/Standard 模块计算得到导线在自重作用下的静力平衡状态。

其次,按前述方法,假设导线的原始构形为抛物线。将参数  $l = 500$  m,  $h = 120$  m,  $L_0 = 516.97$  m 代入式(13)、(14)和(15)中,采用数值方法可解出  $a_1 = 3.8 \times 10^{-4}$ ,  $a_2 = 0.049$ ,  $a_3 = 0$ ,将其代入式(13)中即得到用抛物线描述的导线的原始构形。接下来采用有限元方法即可计算得到导线在自重作用下的平衡状态。

图3所示为导线原始形状分别为悬链线和抛物线时,计算得到的自重作用下平衡状态的线形。为了清晰起见,图中平衡状态下的线形是在纵向位移放大5倍的情况下绘制的。图4所示则是利用悬链线方程计算得到的理论曲线和导线原始形状为悬链线时的有限元计算结果之间的比较。图5所示为导线原始形状分别为悬链线和抛物线时,计算得到的自重作用下导线的轴向应力和由悬链线理论计算结果之间的比较。为了清晰起见,图3、4和5中的数

据点是选择的部分有限元结点位置的点。图中曲线和计算结果表明,导线两种原始形态下计算得到的平衡状态的坐标与理论结果之间的相对误差也小于0.003%。平衡状态下导线的轴向应力的有限元结果和理论计算结果之间的相对误差小于0.005%。

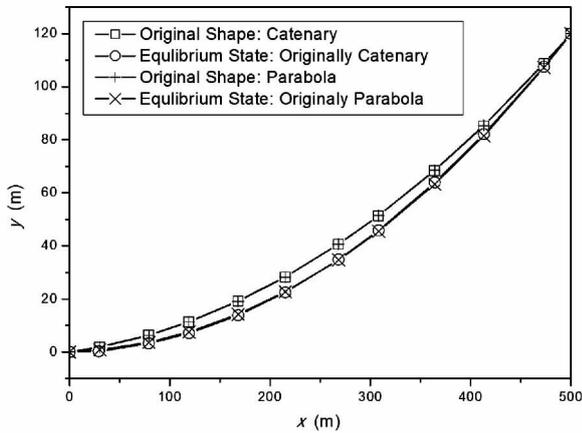


图3 导线不同原始形状下变形的有限元计算结果比较

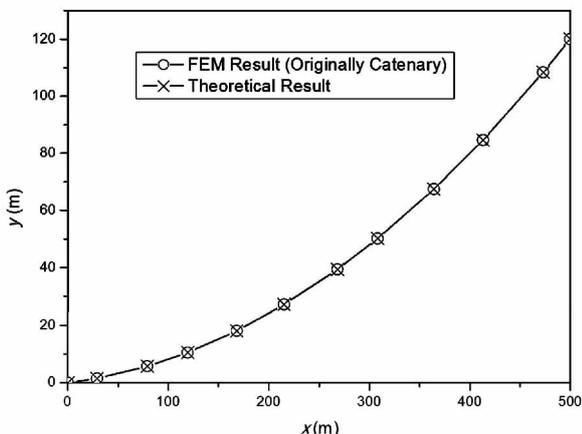


图4 导线平衡状态形态的有限元和理论结果比较

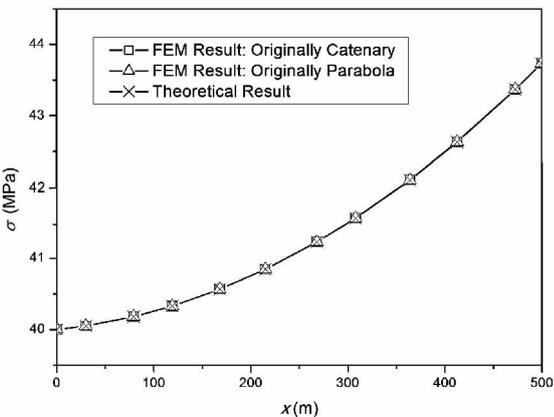


图5 导线轴向应力分布计算结果比较

## 5 结 论

如前所述,只要导线两端点悬挂位置不变,对于具有相同原始长度的导线,其在自重等均布载荷作用下的平衡状态是唯一的。因此提出了一种计算架空输电导线在自重等均布载荷作用下初始平衡状态的方法。该方法通过导线在均布载荷作用平衡状态下的参数,计算导线的原始长度,进而假设一个导线的原始形状,采用有限元方法计算得到均布载荷作用下的静力平衡状态,该状态是计算导线在其他载荷作用下的响应初始状态。

### 参考文献

- [1] 张禹芳. 我国 500 kV 输电线路风偏闪络分析[J]. 电网技术, 2005, 29(7): 65 - 67.
- [2] 王少华, 蒋兴良, 孙才新. 输电线路导线舞动的国内外研究现状[J]. 高电压技术, 2005, 31(10): 11 - 14.
- [3] McClure G, Lapointe M. Modeling the Structural Dynamic Response of Overhead Transmission Lines[J]. Computers and Structures, 2003(81): 825 - 834.
- [4] 国家电力公司东北电力设计院. 电力工程高压送电线路设计手册(第二版)[M]. 北京: 中国电力出版社, 2003: 103 - 104, 166 - 176, 325 - 327.
- [5] 邵天晓. 架空送电线路的电动力学计算(第二版)[M]. 北京: 中国电力出版社, 2003: 190 - 194.
- [6] Desai YM, Popplewell N, Shah AH, et al. Geometric Nonlinear Static Analysis of Cable Supported Structures[J]. Computers and Structures, 1988, 29(6): 1001 - 1009.
- [7] Jamaledine A, McClure G, Rousselet J, et al. Simulation of Ice - shedding on Electrical Transmission Lines Using ADINA[J]. Computers and Structures, 1993, 47(4 - 5): 523 - 536.

### 作者简介:

刘小会(1981),男,工学博士,重庆交通大学讲师,主要从事工程力学的研究。

(收稿日期:2013-07-04)

发展绿色电力 建设美丽中国