

# 敏感负荷电压凹陷敏感度概率密度函数及应用

李 皖, 陈卫东, 肖先勇

(四川大学电气信息学院, 四川 成都 610065)

**摘 要:**提出了基于最佳平方逼近法来评估敏感负荷电压凹陷敏感度的新方法。该方法利用勒让德多项式来拟合敏感度参数的概率密度函数,采用累积求和方式评估敏感负荷凹陷敏感度。与传统方法比,本方法直接根据样本信息来推断概率分布模型,避免了主观假设方法的不足,使得评估结果更加合理、客观。通过对 4 种典型概率分布与相应的最佳平方逼近概率模型的逼近检验,结果表明所得到的逼近多项式有很好的拟合性能。利用该方法对 PC 机进行凹陷敏感度评估,结果证明了其正确性和有效性。

**关键词:**电压凹陷;敏感度;概率模型;概率密度函数;最佳平方逼近;应用

**Abstract:** A new method to assess the voltage sag sensitivity of sensitive equipment is proposed based on the best square approximation. The Legendre polynomials are used to fit the probability density function of voltage sag sensitivity and the cumulative summation is adopted to assess the voltage sag sensitivity of sensitive equipment. Compared with the traditional probabilistic assessment methods, the probability distribution model is inferred directly by the sample information, avoiding the inadequacy of subjective hypothesis and making the assessment results more reasonable and objective. According to the approximation test for four typical probability distributions, the results show that the approximation polynomial has a good fitting performance. The correctness and effectiveness of the proposed method is validated with the assessment to the voltage sag sensitivity of PC.

**Key words:** voltage sag; sensitivity; probabilistic model; probability density function; best square approximation; application

**中图分类号:** TM711 **文献标识码:** A **文章编号:** 1003-6954(2009)02-0013-04

近年来,随着计算机技术、电力电子技术等的迅速发展,各种敏感负荷在电力用户中大量采用<sup>[1,2]</sup>,这些负荷与电能质量之间的电磁兼容问题越来越突出<sup>[3,4]</sup>。在各类电能质量扰动中,电压凹陷(voltage sag)是最严重的电能质量问题<sup>[5,6]</sup>。计算机(PC)、可调速电机(ASD)、交流接触器(ACC)、可编程逻辑控制器(PLC)等对电压凹陷非常敏感<sup>[7~9]</sup>,在运行中常因凹陷引起故障或误动,造成巨大经济损失<sup>[10,11]</sup>。准确评估电压凹陷对敏感设备的影响,对电力企业和电力用户的风险评估、技术改造等有重要意义。

不同类型、不同厂家生产的敏感负荷设备在不同运行环境、工况和不同电能质量扰动下的敏感特征不同,受供电系统和负荷本身的众多不确定因素影响。根据 IEEE 标准 IEEE 1346<sup>[4]</sup>,在电压幅值-持续时间平面上,敏感负荷的电压耐受曲线(Voltage tolerate curve VTC)存在于某不确定区域内。现有评估方法包括实测法<sup>[7~11]</sup>、概率估计法等<sup>[12~15]</sup>。实测法通过监测负荷供电点凹陷特征并与设备耐受水平(Voltage tolerate level VTL)比较确定负荷敏感度,该方法

把凹陷特征和负荷 VTL 均作确定量进行比较,原理简单,结果可靠,但需长时间监测和监测装置,在现实中尤其对规划中的电网和尚未接入电网的负荷就无能为力。概率估计法把 VTL 当作随机变量,根据经验假设其分布规律并利用大量样本数据进行参数估计,可定量评估和预测凹陷对敏感负荷的影响,在评估算法中考虑负荷 VTL 的不确定性,但实际中,对 VTL 的随机分布规律知之甚少,甚至与假设的分布完全不同,很难保证评估和预测结果的正确性。因此,如何根据实际样本准确判定 VTL 的随机分布规律和参数成了亟需解决的重要课题。

为了更客观地评估敏感负荷凹陷敏感度,下面根据实际样本确定负荷敏感度随机分布规律,以勒让德多项式为基函数,以样本数据的各阶矩为约束,提出一种基于最佳平方逼近的敏感度评估新方法,客观准确地确定 VTL 概率密度函数,通过累积求和评估负荷故障率。对 PC 机仿真并与现有 4 种概率评估法比较,结果证明,本方法的评估模型忠实于实际样本,克服了分布模型主观假设带来的不足,评估精度高,更符合实际,有一定工程应用价值。

**基金项目:**国家自然科学基金项目(50677041);四川省应用基础研究项目(2008JY0043-2)

# 1 敏感负荷 VTL 的不确定性

敏感负荷的 VTL 一般用电压耐受曲线 VTC 表示, 实验表明, VTC 曲线一般呈矩形<sup>[16]</sup>。对不同元件类型、安装位置、功能等, VTC 曲线存在不确定区域, 如图 1。图 1 中,  $U_{max}$ 、 $U_{min}$ 、 $T_{max}$ 、 $T_{min}$  表示凹陷幅值和持续时间上下限, A 为正常工作区域, E 为故障区域, B、C、D 为不确定区域。在电压凹陷发生在 B、C、D 区域内任一点敏感负荷的实际运行状态不确定。

典型敏感负荷的 VTL 不确定性变化范围为<sup>[15]</sup>:  
PC 电压幅值 0.46~0.63 p.u 持续时间 40~205 ms  
PLC 电压幅值 0.3~0.9 p.u 持续时间 20~400 ms;  
ASD 电压幅值 0.59~0.71 p.u 持续时间 15~175 ms

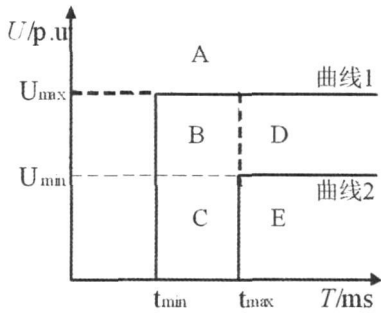


图 1 敏感负荷 VTC 曲线不确定区域

# 2 最佳平方逼近模型与评估过程

## 2.1 最佳平方逼近模型

设  $f(x) \in C[a, b]$ ,  $\varphi_0(x), \varphi_1(x), \dots, \varphi_n(x)$  为内积空间  $C[a, b]$  内的线性无关系,  $a_0, a_1, \dots, a_n$  为任意实数。由最佳平方逼近原理可知, 存在  $S^*(x)$  满足  $\|f(x) - S^*(x)\|^2 = \min_{S(x) \in C} \|f(x) - S(x)\|^2$  (1) 其中

$$S^*(x) = \sum_{i=0}^n a_i \varphi_i(x) \quad (2)$$

为求  $S^*(x)$ , 等价于求以下多元函数的最小值:

$$I(a_0, a_1, \dots, a_n) = \int_a^b \varphi(x) \left[ \sum_{i=0}^n a_i \varphi_i(x) - f(x) \right]^2 dx \quad (3)$$

由于  $I(a_0, a_1, \dots, a_n)$  是  $a_0, a_1, \dots, a_n$  的二次函数, 由多元函数求极值的必要条件

$$\frac{dI}{da_k} = 0, (k = 0, 1, \dots, n) \quad (4)$$

得:

$$\sum_{i=0}^n (\varphi_i(x), \varphi_k(x)) a_i = (f(x), \varphi_k(x)) \quad (k = 0, 1, \dots, n) \quad (5)$$

该式为关于  $a_0, a_1, \dots, a_n$  的线性方程组, 称为法方程, 其矩阵形式为:

$$\begin{bmatrix} (\varphi_0, \varphi_0) & (\varphi_0, \varphi_1) & \dots & (\varphi_0, \varphi_n) \\ (\varphi_1, \varphi_1) & (\varphi_1, \varphi_0) & \dots & (\varphi_1, \varphi_n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (\varphi_n, \varphi_0) & (\varphi_n, \varphi_1) & \dots & (\varphi_n, \varphi_n) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (f, \varphi_0) \\ (f, \varphi_1) \\ \vdots \\ (f, \varphi_n) \end{bmatrix} \quad (6)$$

由于  $\varphi_0(x), \varphi_1(x), \dots, \varphi_n(x)$  线性无关, 系数矩阵行列式不为零, 方程组有唯一解, 因此可求出系数  $a_i$ 。但当  $n$  较大时, 法方程可能病态。故以勒让德正交多项式作为基函数进行求解, 其权函数  $\omega(x) = 1$ :

$$\int_{-1}^1 P_j(x) P_k(x) dx = \begin{cases} 0, & j \neq k \\ \frac{2}{2k+1}, & j = k \end{cases} \quad (7)$$

勒让德多项式推导:

$$\begin{aligned} P_0(x) &= 1 \\ P_1(x) &= x \\ &\dots \end{aligned}$$

$$P_{k+1}(x) = \frac{2k+1}{k+1} x P_k(x) - P_{k-1}(x), (k = 1, 2, \dots) \quad (8)$$

根据正交多项式特性, 方程组左系数矩阵除对角元素外均为 0, 且:

$$(\varphi_k, \varphi_k) = (P_k, P_k) = \int_{-1}^1 P_k(x) P_k(x) dx = \frac{2}{2k+1} \quad (9)$$

若敏感设备 VTL 敏感特征参数  $x_i$  (电压幅值、凹陷持续时间等) 的分布区域为  $[a, b]$ , 类似于凹陷严重性指标, 以敏感特征均值为中心点, 可变换到  $[-1, 1]$ 。变换关系为  $y = \frac{2}{b-a} (x - \frac{b+a}{2})$ , 这样将敏感特征参数  $x_i$  变换为新的参数  $y_i$ , 样本  $y_i \in [-1, 1]$ , 概率密度函数为  $f(y)$ , 其各阶矩为:

$$\mu_k = \int_{-1}^1 y^k f(y) dy = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^k \quad (10)$$

由式 (5) 的右式得:

$$(f(x), \varphi_k(x)) = \int_a^b f(y) g_k(y) dx = \int_{-1}^1 f(y) P_k(y) dy \quad (11)$$

其中  $P_k(y)$  为一般多项式。

设  $P_k(y) = \sum_{i=0}^k \beta_{ki} y^i$ , 代入式 (11) 得:

$$\int_{-1}^1 P_k(y) f(y) dy = \sum_{i=0}^k \beta_{ki} \int_{-1}^1 y^i f(y) dy$$

$$= \sum_{i=0}^k \beta_{ki} \int_{-1}^1 f(y) dy = \sum_{i=0}^k \beta_{ki} \mu_k \quad (12)$$

由式 (9) 和式 (12) 求解方程组得:

$$a_k = \frac{(P_k, f)}{(P_k, P_k)} = \frac{\sum_{i=0}^k \beta_{ki} \mu_k}{2 / \sqrt{2k+1}} \quad (13)$$

因此, 正交多项式逼近表达式为:

$$f(y) \approx \hat{f}_k(y) = \sum_{i=1}^n a_k P_k(y) \quad (14)$$

将  $y = \frac{2}{b-a} [x - \frac{a+b}{2}]$  代入式 (14), 可得敏感

度参数 ( $x_1, x_2, \dots, x_n$ ) 在原分布区间  $[a, b]$  的概率密度函数  $f(x)$ 。用最佳平方逼近分别求凹陷持续时间和电压幅值的概率密度函数  $f_t(t), f_u(u)$ , 再由下式确定设备故障率。

$$p = \int_{T_{min}}^T f(t) dt \int_U^{U_{max}} f(u) du \quad (15)$$

## 2.2 随机评估过程

- (1) 确定各类负荷 VTL 不确定区间 ( $U_{max}, U_{min}, T_{max}, T_{min}$ )。
- (2) 将 VTL 不确定区域内的样本点转换到  $[-1, 1]$  区间。
- (3) 对变换后的样本进行统计, 计算各阶矩。
- (4) 用最佳平方逼近法确定  $V, T$  在  $[-1, 1]$  区间的概率密度函数。
- (5) 将所得概率密度函数还原到原分布区间  $[a, b]$ 。
- (6) 根据式 (15) 评估负荷凹陷敏感度。

## 3 对典型分布概率密度函数的拟合

根据数理统计原理, 以样本矩为约束条件确定随机变量的概率密度函数。因为随机变量各阶矩体现了样本分布特性, 其中一阶矩即均值刻画随机变量的取值中心; 二阶矩或方差反映对样本均值的偏差; 三阶矩描述分布对称性; 四阶矩说明变量集中和分散程度。矩的阶数越高, 所包含的样本信息越多。

为验证拟合能力, 这里用 7 阶矩, 对 4 种典型分布 (正态、瑞利、威布尔、指数) 进行拟合。参数如表 1, 拟合结果如图 2~5。其中虚线为理论分布, 实线为本方法逼近曲线。由图可见拟合曲线与理论分布曲线几乎重合, 说明该方法有很好的拟合性能, 不需

事先假设随机变量的分布规律, 直接根据样本信息就可确定随机变量的概率分布函数, 且精度可达到满意程度。

## 4 实例仿真

表 1 典型概率分布的参数

分布函数	分布参数
正态	$\mu=2, \sigma=0.5$
瑞利	$\mu=0.6$
威布尔	$a=2, b=4$
指数	$\mu=1$

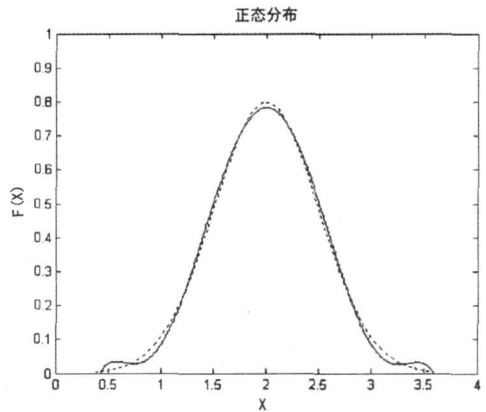


图 2 正态分布的逼近检验

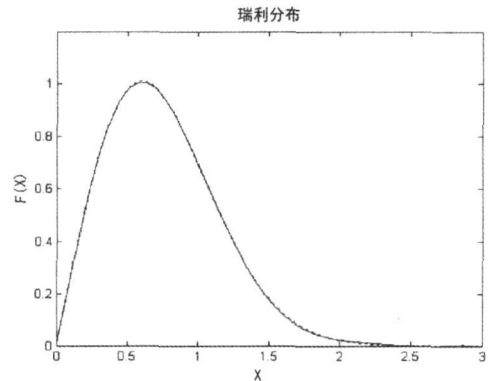


图 3 瑞利分布的逼近检验

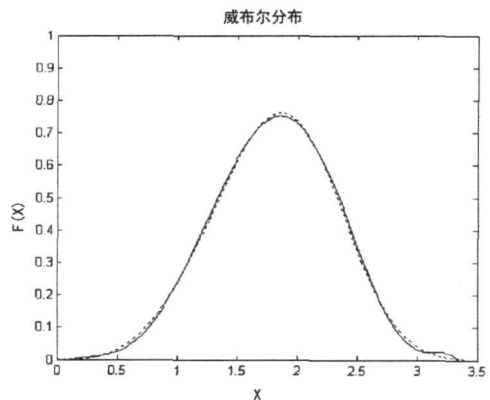


图 4 威布尔分布的逼近检验

表 2 评估结果比较

凹陷 T(ms)	仿真值 V(%)	最佳平方逼近		方法 1		方法 2		方法 3		方法 4	
		故障率 (%)	误差 (%)	故障率 (%)	误差 (%)	故障率 (%)	误差 (%)	故障率 (%)	误差 (%)	故障率 (%)	误差 (%)
110, 50	42.00	41.47	1.27	35.55	15.35	44.88	6.86	35.42	15.68	51.29	22.11
120, 47	53.56	52.70	1.61	47.08	12.09	57.53	7.41	47.38	11.54	59.02	10.20
160, 52	66.22	66.87	0.99	59.40	10.31	70.34	6.25	54.41	17.83	62.87	5.05
170, 52	69.69	70.27	0.84	62.62	10.15	73.54	5.52	57.31	17.76	64.80	7.02
180, 58	35.88	35.32	1.54	23.40	34.80	27.27	24.00	19.34	46.11	42.62	18.78
180, 48	86.48	86.64	0.18	79.02	8.63	89.39	3.37	77.06	10.90	74.23	14.16
200, 51	80.09	80.48	0.49	72.84	9.05	83.86	4.71	68.34	14.67	71.67	10.52

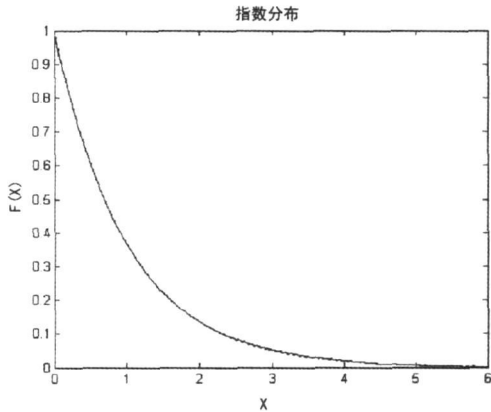


图 5 指数分布的逼近检验

以 PC 机为例，由于实际样本缺乏，通过蒙特卡罗随机产生 PC 机的敏感度样本，以描述在不确定区域的随机性。蒙特卡罗仿真精度与仿真次数有关，为达到一定的精度要求，仿真次数应满足不等式：

$$N \geq \frac{4}{\epsilon^2} \quad (16)$$

式中， $\epsilon$  为仿真结果相对误差， $N$  为仿真次数。当  $\epsilon = 0.05$  时， $N$  取 1 600。

为说明方法，用敏感特征参数服从包含正态、瑞利、威布尔、指数分布 (分别用方法 1~4 表示) 的混合分布模式，通过蒙特卡罗随机产生样本，用所提出的方法进行评估，并与传统方法 1~4 进行对比。

用蒙特卡罗随机模拟 500 次产生 PC 机电压凹陷敏感特征参数，分别用本方法和方法 1~4 进行 PC 机的电压凹陷敏感度评估，所得 PC 机的故障率评估结果如表 2。

由表 2 可见，不同评估方法对评估结果影响很大。本方法评估结果的最大误差为 1.61%，方法 1~4 评估结果的最大误差分别为 34.80%、24.01%、46.11%、22.11%。通过蒙特卡罗随机模拟产生 PC 的电压凹陷持续时间与电压幅值分布规律未知的信息，传统概率评估法中概率密度函数的选取基于主观假设，其评估误差取决于假设的准确性，而基于最佳平

方逼近的评估方法充分利用样本信息，不需对概率分布规律作主观假设，有效地避免了评估过程中主观假设的不足，有效地提高了评估精度。

## 5 结 论

基于最佳平方逼近法的敏感负荷电压凹陷敏感度评估方法，充分利用样本信息，避免了主观假设，能保证评估结果的客观性和合理性。通过直接利用样本信息的矩的信息判定其随机分布规律，原理简单，方法可靠，并能达到满意的评估精度。本方法除用于 PC 机敏感度评估外，还可以用于 PLC、ASD、ACC 等敏感负荷，适用性强。

## 参考文献

- [1] 韩英铎, 严干贵, 姜齐荣, 等. 信息电力和 FACTS & DFACTS 技术 [J]. 电力系统自动化, 2000, 20(19): 1-7.
- [2] 程浩忠, 艾芊, 张志刚, 等. 电能质量 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2006.
- [3] Transmission and Distribution Committee of the IEEE Power Engineering Society. IEEE Guide for Service to Equipment Sensitive to Momentary Voltage Disturbances [S]. 1995. IEEE Std 1250-1995.
- [4] Standards Coordinating Committee 22 on Power Quality. IEEE Recommended Practice for Evaluating Electric Power System Compatibility With Electronic Process Equipment [S]. 1998. IEEE Std 1346-1998.
- [5] 王希宝, 李元耀. 刘斌, 李建春, 肖先勇. 电压凹陷引起的过程控制系统故障评估方法的研究 [J]. 四川电力技术, 2007, 30(4): 5-8, 48.
- [6] 肖先勇, 王希宝, 薛丽丽, 等. 敏感负荷电压凹陷敏感度的随机估计方法 [J]. 电网技术, 2007, 31(22): 30-33.

(下转第 47 页)

500 kV 叙府变电站主变将承担宜宾电网 1/3~1/2 的负荷,如出现 500 kV 叙府变电站主变突然停电,将使宜宾电网出现大范围的限电,同时宜宾电网电压不能保持稳定。

#### 2.4.2 220 kV 龚山线、孜平线任一线路停电

220 kV 龚山线和孜平线作为宜宾电网对外联系的主要联络线在任意一回线路停电后,将使宜宾、泸州电网断面稳定限额降低 100 MW,届时宜宾、泸州电网分别按 3:1 比例削减负荷。

#### 2.4.3 区内电厂全停

黄桷庄及宜宾电厂作为宜宾电网重要电源点和电压支撑点,若发生全停事故,将会导致宜宾地区电压普遍低于 220 kV 以下,龙头、北荆坝地区电压最低到 206 kV,严重威胁系统安全。

### 3 结论及建议

(上接第 16 页)

[7] Djokic S Z, Desmet J, Vanalme G, et al. Sensitivity of personal computers to voltage sags and short interruptions [J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2005, 20(1): 375-383.

[8] Djokic S Z, Stockman K, Milanovic J V, et al. Sensitivity of ac adjustable speed drivers to voltage sags and short interruptions [J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2005, 20(1): 494-505.

[9] Djokic S Z, Milanovic J V, Kirschen D S. Sensitivity of ac coil contactors to voltage sag, short interruptions and undervoltage transients [J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2004, 19(3): 1299-1307.

[10] 赵剑锋,王浔,潘诗锋. 用电设备电能质量敏感度测试系统研究 [J]. 中国电机工程学报, 2005, 25(22): 32-37.

[11] 陈志强. 敏感设备受电压暂降影响分析 [D]. 中国台湾国立中山大学硕士论文, 2005, 7.

[12] Milanovic J V, Gupta C P. Probabilistic assessment of financial losses due to interruptions and voltage sags—part I: the methodology [J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2006, 21(2): 918-924.

[13] Milanovic J V, Gupta C P. Probabilistic assessment of fi-

综上所述,2008年 500 kV 叙府变电站 2 号主变未投运和 220 kV 未形成环网前,宜宾电网供电能力将不能满足电网用电需求,正常及检修方式下均有断面过载和设备过载以及电压支撑不足的问题,电网将继续面临负荷控制。

鉴于目前电网存在问题,应加快建设 220 kV 城南站、豆坝站,220 kV 叙荆线,山孜线形成 220 kV 环网,以增强电网受电能力,解决电网供电能力不足问题。完善地区 110 kV 网络建设,改变电力输送受阻局面,同时重视地区电网无功平衡,防止发生电压崩溃。

#### 作者简介:

刘勤(1968—),男,四川宜宾人,工程师,高级调度员,从事电网运行工作。

(收稿日期:2009-02-10)

nancial losses due to interruptions and voltage sags—part II: practical implementation [J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2006, 21(2): 925-932.

[14] P. Pohjanheimo and M. Lehtonen. Equipment sensitivity to voltage sags—test results for contactors, PCs and gas discharge lamps [C]. Proceeding of 2002 10th International Conference on Harmonics and Quality of Power Brazil 2002, pages 559-563.

[15] Gupta C P, Milanovic J V. Probabilistic assessment of equipment trips due to voltage sags [J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2006, 21(2): 711-718.

[16] Chan-Nan Lu, Cheng-Chieh Shen. Estimation of Sensitive Equipment Disruptions Due to Voltage Sags [J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2007, 22(2): 1132-1137.

#### 作者简介:

李皖(1987—),女,硕士研究生,研究方向:电能质量及其控制技术。

陈卫东(1985—),男,硕士研究生,研究方向:电能质量及其控制技术。

肖先勇(1968—),男,副教授,硕士生导师,长期从事电能质量及其控制的教学与研究。

(收稿日期:2008-12-18)

# 欢迎投稿 欢迎订阅