

# 基于粒子群优化的电力负荷灰色预测模型

周在阳, 周步祥, 师玉东, 郑海滨

(四川大学电气信息学院, 四川 成都 610065)

**摘要:**通过对  $\frac{dx^{(1)}}{dt} + ax^{(1)} = u$  的通解  $\hat{x}_k^{(1)} = ce^{-ak} + \frac{u}{a}$  的参数  $a, u, c$  直接求解, 避免了灰微分方程参数辨识时选取

合理背景值的问题, 构建了适应性更强的不需构造 GM(1, 1) 模型的背景值而直接求解灰微分方程参数的模型, 并且在求解这些参数的过程中, 应用了求解非线性问题中具有全局寻优能力的粒子群算法 (PSO)。提出了基于粒子群算法优化的电力负荷灰色预测模型 PSOGM(1, 1, a, u, c), 通过在电力负荷实例中的应用并与传统的 GM(1, 1) 预测模型进行了效果比较, 验证了基于粒子群算法优化的电力负荷 GM(1, 1) 模型具有很好的预测精度和适用性。

**关键词:** 灰色模型; 粒子群算法 (PSO); 电力负荷预测; 背景值

**Abstract:** A new method which is used to solve the parameter  $a, u$  and  $c$  of GM(1, 1) is discussed. Then particle swarm optimization is adopted to solve the value of  $a, u$  and  $c$  as this algorithm has the virtue of optimum-seeking and high-quality solution. Therefore a GM(1, 1, a, u, c) based on PSO is finally built. And the result of the traditional GM(1, 1) compares with the result of the new GM(1, 1) model. The practical example indicates that the GM(1, 1, a, u, c) based on PSO model has the characteristic of better precision and wider application field.

**Key words:** grey model; particle swarm optimization (PSO); power load forecasting; background value

**中图分类号:** TM714 **文献标识码:** B **文章编号:** 1003-6954(2009)01-0032-04

负荷预测是供电部门的重要工作之一, 准确的负荷预测可以经济合理地安排电网内部发电机组的启停, 制订设备检修计划, 编制电网建设规划, 保证社会正常的生产、生活用电, 提高经济效益和社会效益。因此, 对电网未来负荷变化趋势及幅度的精确预测是电网调度和规划部门所应具备的一项基本能力。

灰色预测具有要求样本数据少、不考虑分布规律和变化趋势、原理简单、运算方便、预测精度高、可检验性强等优点, 因而得到了广泛的应用<sup>[1,2]</sup>。但由于模型是一个指数函数, 并且比较适合于负荷增长较平稳的情况, 而实际问题中影响电力负荷的不确定性因素很多, 对预测的方法适应性要求很高, 因此, GM(1, 1)模型的应用受到一定程度的限制。许多文献通过对 GM 模型引入背景值或进行残差修正来提高预测模型的精度<sup>[3,4]</sup>, 而很少直接从求取 GM 模型的参数方面着手。文献 [5]指出如果事先能求解出发展系数  $a$  再求解其他参数, 这样建立的模型才更加合理。

基于此, 通过直接对  $\frac{dx^{(1)}}{dt} + ax^{(1)} = u$  通解  $\hat{x}_k^{(1)} = ce^{-ak} + \frac{u}{a}$  中参数  $a, u, c$  的求解来提高预测模型的拟合和预测精度, 由于灰微分方程解中的参数与误

差之间存在明显的非线性关系, 为使参数的求解最优化, 采用具有全局寻优能力的粒子群算法 (PSO) 求解参数  $a, u, c$  并提出了基于粒子群优化的电力负荷灰色预测模型 PSOGM(1, 1, a, u, c), 这样就可以避免通过形成背景值求解参数产生的误差。通过在电力负荷预测中的应用, 证明本方法能很好地提高预测模型的精度。

## 1 基于 PSO 的灰色预测模型

### 1.1 传统 GM(1, 1)模型<sup>[1]</sup>

传统 GM(1, 1) 模型首先对时间序列  $X^{(0)} = (x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)})$  进行一阶累加生成规律性较强的序列  $X^{(1)} = (x_1^{(1)}, x_2^{(1)}, \dots, x_n^{(1)})$ , 其中:  $x_k^{(1)} = \sum_{i=1}^k x_i^{(0)}, k = 1, 2, \dots, n$

接着生成背景值序列  $Z^{(1)} = (z_1^{(1)}, z_2^{(1)}, \dots, z_n^{(1)})$ , 其中,  $z_k^{(1)} = 0.5(x_k^{(1)} + x_{k-1}^{(1)}), k = 2, 3, \dots, n$ , 然后构造 GM(1, 1) 的一阶微分方程表达式:  $\frac{dx^{(1)}}{dt} + ax^{(1)} = u$ , 该方程解的一般表达式如下:

$$\hat{x}_k^{(1)} = ce^{-ak} + \frac{u}{a}, k = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

传统 GM(1, 1)模型中求解参数 a 和 u 大都取实际样本的初始值  $x_1^{(0)}$  作为初始条件, 利用最小二乘法求解参数 a, u:

$$[a \ u]^T = (B^T B^{-1}) B^T Y \quad (2)$$

$$\text{其中, } B = \begin{bmatrix} -z^{(1)}, 1 \\ -z^{(2)}, 1 \\ \dots \\ -z^{(n)}, 1 \end{bmatrix}, Y = \begin{bmatrix} x_2^{(0)} \\ x_3^{(0)} \\ \dots \\ x_n^{(0)} \end{bmatrix}$$

则模型的预测结果为:

$$\hat{x}_{k+1}^{(1)} = (x_k^{(1)} - \frac{u}{a}) e^{-ak} + \frac{u}{a}, k = 0, 1, 2, \dots \quad (3)$$

对上式进行一阶累减还原计算  $(1 - IAGO)$ , 得到  $x^{(0)}$  的灰色预测模型:

$$\hat{x}_{k+1}^{(0)} = (1 - e^{-a})(x_1^{(0)} - \frac{u}{a}) e^{-ak}, k = 1, 2, \dots \quad (4)$$

### 1.2 GM(1, 1)模型的改进

由式 (1)、(2)、(3)、(4) 知, GM(1, 1)模型的拟合及预测精度与参数 a, u, c 的选取和背景值的构造有关, 因此, 如何求解这些参数及避免形成背景值就成了提高模型拟合及预测精度的关键。

采用粒子群算法直接求取参数 a, u 和 c。因为  $\frac{dx^{(1)}}{dt} + ax^{(1)} = u$  的通解为  $\hat{x}_k^{(1)} = ce^{-ak} + \frac{u}{a}$ , c 为任意常数, 则预测结果为:  $\hat{x}^{(0)}(1) = ce^{-a} + \frac{u}{a}$ ,  $\hat{x}^{(0)}(k) = ce^{-a(k-1)}(1 - e^{-a})$ ,  $k=2, 3, \dots$ 。提出的模型就是通过求取参数 a, u 和 c 提高模型的拟合和预测精度。

### 1.3 粒子群算法 (PSO)

粒子群优化算法 (Particle Swarm Optimization, PSO) 是由 Eberhart 博士与 Kennedy 博士发明的一种新的全局优化进化算法, 该算法源于对鸟类捕食行为的模拟<sup>[6]</sup>。假设在一个 D 维的目标搜索空间中有 n 个粒子, 每个粒子的位置表示一个潜在的解。用  $X_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iD})$ ,  $i=1, 2, \dots, n$  表示第 i 个粒子的位置向量, 用  $V_i = (v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{iD})$ ,  $i=1, 2, \dots, n$  表示第 i 个粒子飞行的速度向量, 用  $P_i = (p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{iD})$ ,  $i=1, 2, \dots, n$  表示第 i 个粒子迄今为止搜索到的最好位置, 也称为个体极值 pBest。用  $P_g = (p_{g1}, p_{g2}, \dots, p_{gD})$ ,  $i=1, 2, \dots, n$  表示整个粒子群迄今为止搜索到的最优位置, 也称为全局极值 gBest。每一次迭代所有粒子 i 根据下面公式来更新自己的速度和位置:

$$v_{id} = \omega * v_{id} + c_1 * r_1 * (p_{id} - x_{id})$$

$$+ c_2 * r_2 * (p_{gd} - x_{id}) \quad (5)$$

$$x_{id} = x_{id} + v_{id} \quad (6)$$

其中,  $r_1, r_2$  是 (0, 1) 之间的随机数,  $c_1$  和  $c_2$  被称为学习因子, 通常,  $c_1 = c_2 = 2.0$ ,  $\omega$  是加权系数, 取值在 0.1 到 0.9 之间。

粒子通过不断学习更新, 最终飞至解空间中最优解所在的位置, 搜索过程结束。最后输出的 gBest 就是全局最优解。在更新过程中, 粒子每一维的最大速率被限制为  $v_{max}$ , 粒子每一维的坐标也被限制在允许范围之内。

粒子群优化算法没有交叉与变异运算, 所以算法结构简单, 运行速度快。但是, 基本粒子群优化算法在解空间内搜索时, 有时会出现粒子在全局最优解附近“振荡”的现象, 为了避免这个问题, 可以作以下改进, 随着迭代进行, 速度更新公式中的加权因子  $\omega$  由最大加权因子  $\omega_{max}$  线性减小到最小加权因子  $\omega_{min}$ 。即:

$$\omega = \omega_{max} - \text{inter} * \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{\text{interNum}} \quad (7)$$

其中 inter 为当前迭代数, 而 interNum 是总的迭代次数。

## 2 基于 PSO 优化的电力负荷灰色预测模型

通过对参数 a, u 和 c 的直接求解, 提出了基于 PSO 优化的电力负荷预测模型, 以误差平方和最小为目标函数, 采用 PSO 直接求解 a, u 和 c 并代入  $\hat{x}^{(0)}(1) = ce^{-a} + \frac{u}{a}$ ,  $\hat{x}^{(0)}(k) = ce^{-a(k-1)}(1 - e^{-a})$ ,  $k=2, 3, \dots$ , 便可求出预测值  $\hat{x}^{(0)}(k)$ , 求解该灰色模型的粒子群优化算法描述如下:

1) 随机初始化粒子群中粒子的位置与速度。粒子维数设为三维, 分别代表待求解的参数 a, u 和 c。粒子在三维搜索空间的当前位置即对应 a, u 和 c 的某一可能解;

2) 计算每个粒子的适应值: 将粒子的个体最优位置设置为当前位置 pBest 全局最优位置 gBest 设置为初始粒子群体中最佳粒子的位置, 根据适应度值最小来优选初始粒子群中的最佳粒子, 以误差平方和最小为目标, 计算个体 a, u, c 当前位置的适应度:

$$f(a, u, c) = \sum_{k=1}^n (\hat{x}^{(0)}(k) - x^{(0)}(k))^2$$

- 3) 判断算法收敛准则是否满足, 如果满足, 执行 6); 迭代结束, 输出  $a$ 、 $u$  和  $c$  的值; 否则, 执行 4);
- 4) 对于粒子群中的所有粒子, 根据式 (5)、(6) 更新粒子的速度与位置, 如果粒子适应度优于  $gBest$  相应的适应度,  $gBest$  设置为新位置;
- 5) 判断算法收敛准则是否满足, 如果满足, 执行 6); 输出  $a$ 、 $u$  和  $c$  的值; 否则转向 4) 迭代, 继续寻优;
- 6) 输出全局最优位置  $gBest$  得到 GM (1, 1) 模型参数  $a$ 、 $u$  和  $c$  的全局优化解, 算法运行结束。

算法收敛准则 (迭代终止条件) 设置为最大迭代次数或优化所得全局最优位置  $gBest$  相应的适应度值, 满足预设的适应度阈值。

### 3 负荷预测的实例分析

为验证该方法的有效性, 以文献 [8] 中提供的 4 种具有代表性的负荷序列对 GM (1, 1) 模型及 PSO 优化的 GM (1, 1) 进行考核, 原始数据如表 1 所示。表 1 中与前 8 个年份编号对应的数据作为考核两个模型的原始数据, 而年份编号为 18 的数据就是  $k=18$  时对应的负荷值, 该值作为待预测年的准确值。

表 1 GM 模型测试负荷数据

年份编号	负荷 1(MW)	负荷 2(MW)	负荷 3(MW)	负荷 4(MW)
1	1.126 37	1.220 18	1.647 07	7.160 21
2	1.198 40	1.351 20	2.119 10	7.804 40
3	1.269 98	1.490 33	2.715 56	8.447 64
4	1.351 21	1.650 37	3.493 83	9.154 64
5	1.431 90	1.820 30	4.477 21	9.854 24
6	1.523 48	2.015 77	5.760 36	10.621 80
7	1.614 46	2.223 32	7.381 67	11.374 30
8	1.717 72	2.462 06	9.497 22	12.199 10
18	3.129 89	6.692 58	115.700 00	21.405 60
年均增长率 (%)	6.214 20	10.548 90	28.439 50	7.910 70

对每种模型进行了后验差、小误差概率和相对误差的检验, 验证结果如表 2 所示。其中后验差比值是残差方差的均方根与原始数据方差的均方根的比值, 其值越小越好。小误差概率定义为各期残差与残差平均值之差的绝对值小于 0.67 倍原始数据方差的均方根的概率, 其值越大越好。预测结果相对误差则是最直观同时也是最关键的指标。有关上述指标的详细定义及其物理含义可参见文献 [9]。

就城市电网中长期规划而言, 当负荷预测相对误差小于 10% 时可视为高精度预测, 相对误差在 10% ~ 20% 之间时可视为较好的预测 [8]。从表 2 可看出, 对表 1 中的 4 种负荷序列的预测中, 灰色模型全部通过了后验差检验且模型等级均为好, 除第 4 种负荷序列外, 灰色模型均能给出高精度的预测结果, 并且负荷的增长率愈低, 误差就愈小。

对于 4 组测试数据, PSO GM (1, 1,  $a$ ,  $u$ ,  $c$ ) 模型的精度都较 GM (1, 1) 模型有一定程度的提高, 尤其是对前 3 种指数型发展趋势, 效果更明显, 精度提高幅度更大; 对第 4 组负荷数据序列, 相对误差减少了 14.12%, 也取得了较好的效果。

表 2 传统 GM 模型与改进的 GM 模型的预测结果

	参数 ( $a$ , $u$ , $c$ )	目标年预测值 (MW)	后验差比值 (%)	小误差概率	相对误差 (%)
负荷 1	PSO GM (1, 1, $a$ , $u$ , $c$ ) (-0.060 07, 1.093 85, 18.208 5)	3.130 0	0.695 3	1	0.003 5
	传统 GM (1, 1) (-0.060 15, 1.093 72)	3.126 7	0.710 2	1	0.101 9
负荷 2	PSO GM (1, 1, $a$ , $u$ , $c$ ) (-0.100 06, 1.161 29, 11.604 9)	6.691 8	0.427 6	1	0.011 7
	传统 GM (1, 1) (-0.997 1, 1.160 32)	6.674 9	0.492 8	1	0.264 2
负荷 3	PSO GM (1, 1, $a$ , $u$ , $c$ ) (-0.250 16, 1.450 22, 5.796 5)	115.816 4	0.190 6	1	0.100 6
	传统 GM (1, 1) (-0.248 85, 1.442 56)	112.421 0	1.611 9	1	2.833 8
负荷 4	PSO GM (1, 1, $a$ , $u$ , $c$ ) (-0.073 79, 7.051 56, 95.412 3)	25.618 0	2.402 8	1	-19.678
	传统 GM (1, 1) (-0.073 84, 7.045 59)	26.310 1	2.406 2	1	-22.912

## 4 结 语

采用 PSO 算法对灰微分方程的参数进行直接求解,不需构造背景值,提高了模型的拟合和预测精度,增强了模型的适用性。将 PSOGM (1, 1, a, b, c) 模型分别应用于增长规律不同的四种电力负荷的预测问题中,预测精度明显优于传统 GM (1, 1) 模型; PSOGM (1, 1, a, b, c) 模型可以精确地预测具有近似指数增长规律的负荷,它不仅适用于变化平稳的历史负荷序列,还适用于负荷增长率较大的负荷序列,克服了 GM (1, 1) 模型的局限性,具有一定的应用价值。本算法的特点一是算法简单。首先,粒子群算法用于灰色模型参数的直接求解,无需像遗传算法那样进行复杂编码,可直接对实数变量进行操作;其次,算法中需要调整参数很少,即使调整也不需要太多经验。二是收敛快、精度高。粒子群算法收敛快是其重要特性,也是其近年来发展迅速的一个重要原因。

## 参 考 文 献

[1] 邓聚龙. 灰色预测与决策 [M]. 湖北, 华中理工大学出版社, 1992.  
 [2] Ni Dongxiao. "Adjustment gray model for load forecasting of power system." The Journal of Gray System, vol 6,

no 2, pp 127-134, 1994.  
 [3] 牛东晓, 赵磊. 粒子群优化灰色模型在负荷预测中的应用 [J]. 中国管理科学, 2007, 15(1): 69-73.  
 [4] 王翠茹, 孙辰军, 杨静, 冯海迅. 改进残差灰色预测模型在负荷预测中的应用 [J]. 电力系统及其自动化学报, 2006, 18(1): 86-89.  
 [5] 宋中民. 灰色 GM (1, 1) 模型参数的优化方法 [J]. 烟台大学学报, 2001, 14 (3): 161-163.  
 [6] J Kennedy and R. C Eberhart "Particle swarm optimization Proc IEEE Int Conf Neural Networks Piscataway NJ IEEE Press 1995, pp 1942-1948.  
 [7] 曾建潮, 介婧, 崔志华. 微粒群算法 [M], 北京, 科学出版社, 2004.  
 [8] 王成山, 杨军, 张崇见. 灰色系统理论在城市年用电量预测中的应用—不同预测方法的分析比较 [J]. 电网技术, 1999, 23(2): 15-18.  
 [9] 牛东晓, 曹树华, 赵磊. 电力负荷预测技术及其应用 [M]. 北京: 中国电力出版社, 1998.

### 作者简介:

周在阳 (1983—), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为电力系统调度自动化及计算机信息管理。

周步祥 (1965—): 男, 博士, 教授, 主要从事电力系统自动化、计算机应用等方面的教学与科研工作。

(收稿日期: 2008-12-10)

(上接第 8 页)

[5] Denis Lee Hau Aik Andersson G. Quasi-Static Stability of HVDC Systems Considering Dynamic Effects of Synchronous Machines and Excitation Voltage Control [J], IEEE Trans on Power Delivery, 2006, 21(3): 1501-1514.  
 [6] Denis Lee Hau Aik Andersson G. Nonlinear Dynamics in HVDC Systems [J]. IEEE Trans on Power Delivery, 1999, 14(4): 1417-1426.  
 [7] Canizares C A Alvarado F L Point of Collapse and Continuation Method for Large AC/DC Systems [J], IEEE Trans on PWRs 1993, 8(1): 1-7.  
 [8] Kundur P. Power System Stability and Control McGraw-Hill Inc, New York 1994.  
 [9] Senlyen A Gao B Calculation of the Extreme Loading Condition of A Power System for the Assessment of Voltage Stability [J], IEEE Trans on PWRs 1991, 6(1): 307-315.  
 [10] 张尧, 宋文南. 节点电压稳定临界状态和弱节点的确定 [J]. 中国电机工学报. 1993, 13(6): 40-45.

[11] 张尧, 宋文南, 贺家李. 临近电压稳定极限的潮流和静稳极限算法 [J]. 中国电机工学报. 1994, 14(6): 17-23.  
 [12] Denis Lee Hau Aik Andersson G. Voltage Stability Analysis of Multi-Infed HVDC Systems [J], IEEE Trans on Power Delivery, 1997, 12(3): 1309-1316.  
 [13] CIGRE Task Force 38.02.11 CIGRE Technical Brochure: Indices Predicting Voltage Collapse Including Dynamic Phenomenon. Electra 1995(159): 135-147.

### 作者简介:

徐梅梅 (1986—), 女, 硕士研究生, 主要研究方向为电力系统分析计算及稳定。

李兴源 (1945—), 男, 教授, 博士生导师, 中国电机工程学会理事, IEEE 高级会员, 从事电力系统稳定与控制等方面的研究工作。

白加林 (1984—), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为电力系统稳定与控制。

贺洋 (1985—), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为电力系统分析计算及稳定。

(收稿日期: 2008-12-15)